世代重複モデルにおける公共財と経済成長

Public Goods and Growth in a Overlapping Generations Model

木　村　正　信
Masanobu Kimura

＜概要＞

本稿では二部門（最終財部門と投資財部門）内生的成長モデルを用いて、Barro（1990）等が分析した公共財と経済成長との関係を再検討する。二部門モデルにおいても、比例税の増税が経済成長に対して相反する異なる効果をもたらし、経済成長率が最大となる比例税率（公共財の供給量）が存在することが示される。そして、非競合性の仮定を緩めた準公共財の場合には、純粋公共財の場合と比較して経済成長率が低下することも示される。

1. はじめに

公共財を生産要素として生産関数の中に取り入れたマクロ動学モデルは、Arrow and Kurz（1970）が先駆的な研究として有名であるが、最近の内生的成長理論においても、Barro（1990）、Barro and Sala-i-Martin（1992）、Turnovsky（1995）、Glomm and Ravikumar（1997）などで展開されている。しかし、それらのモデルの多くは、財の種類が最終財のみである一生産部門経済を仮定している。つまり、労働、資本、そして公共財を用いて、最終財の生産を行い、生産された最終財は消費財としても投資財としても利用可能であるという仮定である[1]。

しかし、公共財が、道路、鉄道、港湾、都市基盤整備といった生産的な社会資本の供給に向けられる場合、一部門への影響に留まらず、その便益が複数の部門へと波及していくと考えられる。最終財のみを考える一部門モデルでは、公共財の効果が多部門へと波及していくプロセスを分析することはできないのである。

本稿では、その点を改良すべく、Barro（1990）やGlomm and Ravikumar（1997）の一部門内生的成長理論を、最終財部門と投資財部門の二部門存在するモデルへと一般化する。一般化するにあたって、Jones and Manuelli（1992）、（1997）によって展開された、異なる生産技術を持つ最終財部門と投資財部門の二部門経済モデルを基本とする。しかし、彼らのモデルとは異なり、本稿では最終財部門と投資財部門にBarro（1990）タイプ（労働、資本、公共財に対して規模の収穫が逓増する）の生産関数を仮定する。

二部門モデルであるため、最終財部門、投資財部門の双方が、公共財を生産要素として生産に用いる。この公共財は、政府が生産部門に対して比例税を徴収し、徴収した税（最終財）を用いて形成される。そして、それは純粋公共財の性質、非競合性と非排除性を持つと仮定される。つまり、政府から供給される公共財を両部門とも無料で利用することができ、一方の部門の利用がもう一方の部門の利用を妨げないものとする。

このような設定のもとで構築された二部門モデルを用いて、比例税（公共財の財源）が経済成長率に与える影響を分析する。そして、分析の結果、二部門モデルにおいても、比例税の増税が経済成長に対して相反する異なる効果をもたらすことが示される。第一の効果は、増税が資本の限界生産性を低下させる負の効果である。第二の効果は、増税によって公共財の供給が増えることにより、限界生産性が上昇する正の効果である。増税の第一の効果では経済成長率を低下させ、第二の効果では経済成長率を上昇させるので、両方の効果が相殺されるところで、増税による経済成長率は最大化される。

これまでの純粋公共財の仮定を緩め、競合性（混雑現象）がある場合（準公共財）についても、比例税と経済成長との関係を検討する。その結果、公共財が競合的である場合、非競合的である場合と比較して、経済成長率が低下し、混雑現象下での経済成長率を最大化する両部門にとって公共財の利用率が存在することが示される。最終財部門が投資財部門より公共財の利用率が高ければ、最終財部門の生産性が上昇し、投資財部門の生産性が低下する。最終財部門の生産性の上昇が投資財部門の生産性の低下を上回れば、経済成長率は高まる。利用率が高まり過ぎると、最終財部門の生産性の上昇が投資財部門の生産性の低下を下回り、経済成長率は低下する。したがって、混雑現象下で

1　内生的成長理論では二部門モデルを使って分析することも多いが、最終財の形成と人的資本（教育など）の形成という意味での二部門経済である。例えば、Uzawa（1965）によって開発されLucas（1988）によって使用された二部門内生的成長理論がそれである。

は、両部門にとって公共財利用率に最適水準が存在するのである。

次の第2節では、二部門経済モデルを個人、生産部門、政府の三つに分けて記述する。第3節では定常状態における経済成長率を求め、第4節で比例税と経済成長率の関係を、第5節で準公共財と経済成長率の関係を検討する。最後の第6節では本稿のまとめと展望が示される。

2. モデル

ここでは、Barro（1990）による生産的な公共財を持つ内生的成長モデルを、Jones and Manuelli（1992），(1997）を基礎に二部門モデルとして再定式化する。

2. 1　個人

個人は二期間生存する。あるt期初に誕生した個人（t世代）は、t+1期末まで生存し、t+1期初に誕生する子供（t+1世代）の効用V_{t+1}を考慮すると仮定する。t世代の効用をV_tと置くと、

$$V_t = u(c_{1t}) + \frac{u(c_{2t+1})}{1+\theta} + \frac{V_{t+1}}{1+R}, \quad u'(\bullet) > 0, \quad u''(\bullet) < 0, \quad 0 \le \theta, R \le 1$$

ここで、c_{1t}, c_{2+1}はt世代の人生の前半（t期）の消費と後半（t+1期）の消費である。そして、θ, Rは自己の効用と子供の効用を評価する心理的割引率である。Rは次世代の効用を評価する心理的割引率であるので、Rが大きいほど次世代の効用を低く評価し、Rが小さいほど次世代の効用を高く評価する個人ということになる。このように、遺産を通じて、次世代の効用を考慮に入れて定式化している研究には、Auerbach et al（1989）、Hviding and Merette（1998）、Fougere and Merette（1999）がある。本稿の世代重複モデルはBlanchard and Fisher（1989）のchapter 3に依っている。

将来に向けて再帰的にV_tを解くと、

$$V_t = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(1+R)^i} \left[u(c_{1t+i}) + \frac{1}{1+\theta} u(c_{2t+i+1}) \right]$$

t世代は生涯の二期間のうち、前半（t期）に親からq_tだけ遺産を受取り、1単位の労働を非弾力的に供給し、賃金をw_t だけ得る。遺産と賃金収入のうち、前半にc_{1t}だけ消費し、残りを後半の消費のため資本を蓄積する。t世代の前半の予算制約式は

$$c_{1t} + p_t x_t = w_t + q_t$$

となる。ここでx_tは投資、p_tは投資財の価格を表している。t期の投資はt+1期の資本ストックになると仮定すると、資本蓄積方程式は

$$x_t = k_{t+1}$$

資本蓄積方程式を予算制約式に代入すると、

$$c_{1t} + p_t k_{t+1} = w_t + q_t$$

個人は後半には引退するため、後半の消費c_{2t+1}は、生産部門に資本を貸すことによるレンタル収入で賄われる。次世代に遺産をq_{t+1}だけ残すとすると、t世代の後半の予算制約式は、

$$c_{2t+1} + q_{t+1} = r_{t+1} k_{t+1}$$

となる。ここでr_{t+1}は資本のレンタル価格である[2]。

t期に生まれた個人は、前半と後半の予算制約式の下で、次式を最大化するようにk_{t+1}, q_{t+1}を選択する。

$$u(c_{1t}) + \frac{1}{1+\theta} u(c_{2t+1}) + \frac{1}{1+R} u(c_{1t+1}) \cdots$$

その結果、以下の一階条件を得る。

$$u'(c_{1t}) p_t = \frac{r_{t+1}}{1+\theta} u'(c_{2t+1})$$

$$\frac{u'(c_{2t+1})}{1+\theta} = \frac{u'(c_{1t+1})}{1+R}$$

一階条件より$u'(c_{2t+1})$を消去すると、

$$\frac{u'(c_{1t}) p_t}{r_{t+1}} = \frac{u'(c_{1t+1})}{1+R}$$

となる。また、t−1期に生まれた個人は

$$u(c_{1t-1}) + \frac{1}{1+\theta} u(c_{2t}) + \frac{1}{1+R} u(c_{1t}) \cdots$$

を最大化するように、k_t, q_tを選択する。q_tについての一階の条件は、

$$\frac{u'(c_{2t})}{1+\theta} = \frac{u'(c_{1t})}{1+R}$$

となる。したがって、

$$\frac{u'(c_{1t})}{u'(c_{1t+1})} = \frac{u'(c_{2t})}{u'(c_{2t+1})}$$

が成立する。

モデルを数量化するため、効用関数を特定化する。対数効用を仮定すると、上の条件は

2　本稿では資本の減耗率が100%であると仮定している。

$$\frac{c_{t+1}}{c_t}=\frac{c_{1t+1}}{c_{1t}}=\frac{c_{2t+1}}{c_{2t}}=\frac{1+r_{t+1}}{(1+R)p_t}$$

となる。

2. 2　生産部門

経済には、最終財を生産する部門と投資財を生産する部門の二部門が存在する。最終財は消費財としてのみ利用可能であり、投資財は資本蓄積にのみ利用可能である。双方の財は、それぞれ異なった技術によって生産される。

最終財部門は、生産に労働l_t、資本k_{yt}、政府支出g_{yt}を用いる。生産要素と生産(y_t)の関係は、以下のコブ - ダグラス型生産関数で与えられるとする。

$$y_t=al_t^{1-\alpha}k_{yt}^{\alpha}g_{yt}^{1-\alpha},\quad 0<\alpha<1$$

この関数はBarro（1990）と同様のものである。私的投入物l_t,k_{yt}に関して収穫一定であり、3つの投入物l_t,k_{yt},g_{yt}に関しては収穫逓増である。

投資財部門は、生産に資本k_{xt}、政府支出g_{xt}を用いる。生産要素と生産(x_t)の関係は、以下のコブ - ダグラス型生産関数で与えられるとする。

$$x_t=bk_{xt}^{\beta}g_{xt}^{1-\beta},\quad 0<\beta<1$$

政府支出が生産効果を持たない場合、両部門の生産関数は、

$$y_t=al_t^{1-\alpha}k_{yt}^{\alpha},\quad 0<\alpha<1$$

$$x_t=bk_{xt}^{\beta},\quad 0<\beta<1$$

となるが、これは、Jones and Manuelli（1992）、（1997）によって展開された二部門経済モデルと同様のものである。

政府支出は最終財部門と投資財部門が共通して利用する純粋公共財であるとする。純粋公共財の等量消費の性質より、

$$g_{yt}=g_{xt}=g_t$$

となる。総資本k_tのうちϕ_tの割合だけ最終財部門が使用し、$(1-\phi_t)$の割合だけ投資財部門が使用するとする。したがって、

$$k_{yt}=\phi_t k_t$$
$$k_{xt}=(1-\phi_t)k_t$$

労働は個人によって1単位だけ非弾力的に供給されると仮定したので、

$$l_t=1$$

最終財を価値基準財とし、投資財の価格をp_t、資本のレンタル価格をr_{t+1}、賃金率をw_tと置く。完全競争的な市場を想定し、資本は両部門間で完全に移動可能であると仮定する。

最終財部門の利潤π_{yt}は生産量から賃金及び資本のレンタル費用を除いたものであるので、

$$\pi_{yt}=(1-\tau)y_t-l_t w_t-k_{yt}r_{t+1}$$

となる。ここで、τは最終財、投資財、双方の生産量に共通して課税される比例税である。

最終財部門は利潤を最大化するように、l_t,k_{yt}を選択すると、この最大化問題の1階条件は

$$w_t=(1-\tau)(1-\alpha)a(\phi_t k_t)^{\alpha}g_t^{1-\alpha}$$

$$r_{t+1}=(1-\tau)\alpha a(\phi_t k_t)^{\alpha-1}g_t^{1-\alpha}$$

となる。

一方、投資財部門の利潤π_{xt}は、生産額から資本のレンタル費用を除いたものであるので、

$$\pi_{xt}=(1-\tau)p_t x_t-k_{xt}r_{t+1}$$

となる。k_{xt}に関する利潤最大化問題の1階条件は

$$r_{t+1}=(1-\tau)p_t\beta((1-\phi_t)k_t)^{\beta-1}g_t^{1-\beta}$$

資本は両部門間で完全に移動可能であるので、両部門の資本からの限界生産性は均等化しなければならない。

$$r_{t+1}=(1-\tau)\alpha a(\phi_t k_t)^{\alpha-1}g_t^{1-\alpha}=(1-\tau)p_t\beta((1-\phi_t)k_t)^{\beta-1}g_t^{1-\beta}$$

2. 3　政府

政府は最終財部門と投資財部門の生産に対する比例税によって税収を得、その一部が両部門の生産性を高めるような公共財の供給に充てられるとする。そして、公共財は最終財を用いて形成されると仮定する。政府の予算制約式は、

$$g_t=\tau a(\phi_t k_t)^{\alpha}g_t^{1-\alpha}$$

となる。

上式の両辺をk_tで割って整理すると、

$$\frac{g_t}{k_t}=\left(\tau a\phi_t^{\alpha}\right)^{1/\alpha}$$

となる。

3.　定常状態

ここで、定常状態とは消費と資本が一定率で成長し、なおかつ$\phi, g/k$が一定となる状態であると定義しよう。

今期の最終財は、すべてその期のうちに消費されるので、各期において

$$c_t = (1-\tau)a(\phi_t k_t)^{\alpha} g_t^{1-\alpha} = (1-\tau)a\phi_t^{\alpha}\left(\frac{g_t}{k_t}\right)^{1-\alpha} k_t$$

が成立する。したがって、

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{(1-\tau)a\phi_{t+1}^{\alpha}\left(\frac{g_{t+1}}{k_t}\right)^{1-\alpha} k_{t+1}}{(1-\tau)a\phi_t^{\alpha}\left(\frac{g_{t+1}}{k_{t+1}}\right)^{1-\alpha} k_t}$$

定常状態($\phi_t = \phi_{t+1} = \phi$)では、政府の予算制約式は

$$g_{t+1}/k_{t+1} = g_t/k_t = (\tau a\phi^{\alpha})^{1/\alpha}$$

となるので、上式に代入すると、

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{(1-\tau)a\phi\left((\tau a\phi^{\alpha})^{1/\alpha}\right)^{1-\alpha} k_{t+1}}{(1-\tau)a\phi\left((\tau a\phi^{\alpha})^{1/\alpha}\right)^{1-\alpha} k_t} = \frac{k_{t+1}}{k_t}$$

となり、消費の成長率と資本の成長率が等しくなることがわかる。

個人の効用最大化条件と生産者の利潤最大化条件より、

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{(1-\tau)\beta((1-\phi_t)k_t)^{\beta-1} g_t^{1-\beta}}{1+R}$$

が得られる。定常状態におけるこの条件は

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{(1-\tau)\beta(1-\phi)^{\beta-1}\left[(\tau a\phi^{\alpha})^{1/\alpha}\right]^{1-\beta}}{1+R}$$

である。

また、今期の投資財はすべて来期の資本となると仮定しているので、

$$k_{t+1} = (1-\tau)b[(1-\phi)k_t]^{\beta} g_t^{1-\beta}$$

となる。さらに、それをk_tで割り、政府の予算制約式を代入すると、以下の条件が得られる。

$$\frac{k_{t+1}}{k_t} = (1-\tau)b(1-\phi)^{\beta}\left[(\tau a\phi^{\alpha})^{1/\alpha}\right]^{1-\beta}$$

定常状態では、$c_{t+1}/c_t = k_{t+1}/k_t$であるので、

$$\frac{\beta(1-\phi)^{\beta-1}}{1+R} = b(1-\phi)^{\beta}$$

となり、ϕの値を求めることができる。

$$\phi = 1 - \frac{\beta}{b(1+R)}$$

次世代の効用を低く評価する社会であれば、大きな心理的割引率、Rを持つということである。Rが大きければϕも大きくなるので、多くの資本が現世代の効用を満たす消費財の生産に向けられることになる。逆に、次世代の効用を高く評価する社会であれば、小さな心理的割引率、Rを持つということである。Rが小さければϕも小さくなるので、次世代に遺産を多く残そうとする誘因が働き、多くの資本が投資財の生産に向けられることになる。

$c_{t+1}/c_t = k_{t+1}/k_t = \gamma$とし、$\phi = 1-\beta/b(1+R)$を代入すると、定常状態における成長率を求めることができる。

$$\gamma = (1-\tau)b\left(\frac{\beta}{b(1+R)}\right)^{\beta}\left[(\tau a\phi^{\alpha})^{1/\alpha}\right]^{1-\beta}$$

この経済においては、人口成長率、外生的技術進歩率がなくとも、上で求めた成長率を決める式に従って成長することがわかる。

4. 比例税の効果

政府が消費財部門、投資財部門に共通して課税する比例税τの効果を考える。τは成長率γに対して２つの効果を持つ。$(1-\tau)$では課税により資本の限界生産性が低下する効果を示している。そして、$\tau^{(1-\beta)/\alpha}$では政府支出gによりこの限界生産性が上昇する効果を示している。

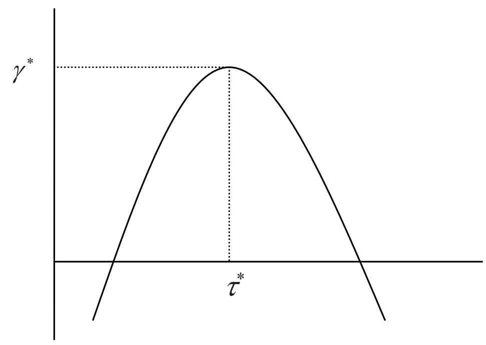

図1　比例税と経済成長

図 1 は経済成長率γと比例税率τの関係を示したものである。τが低い場合、資本の限界生産性に及ぼす政府支出の効果が優位を占め、比例税率が上昇するにつれて、経済成長率も上昇する。しかし、経済成長率がγ^*に達すると、それ以降、課税の効果が優位を占め、比例税率が上昇するにつれて、経済成長率は低下する。

経済成長率の最大値γ^*はγをτについて微分し、ゼロと置くことによって求めることができる。

$$\tau^* = \frac{1-\beta}{\alpha+1-\beta}$$

Barro（1990）、Glomm and Ravikumar（1997）などのように、最終財部門のみが存在する一部門モデルでは、経

済成長率最大化税率は労働分配率に等しくなることが証明されている。

$$\gamma^* = 1-\alpha$$

本稿のように二部門モデルでも、経済成長率最大化税率が存在することが示されたが、その値は上式のように投資財部門の資本分配率(β)にも依存する。二部門モデルでは、$\alpha=\beta$であるときに限り、経済成長率最大化税率は労働分配率に等しくなるのである。

前期（t期）に受け取る遺産q_tに対して相続税を考慮に入れたとしても、ほぼ同様の結論が得られる。相続税率をzと置くと、前期の予算制約式は次のように修正される。

$$c_{1t} + p_t k_{t+1} = w_t + q_t(1-z)$$

効用最大化の1階条件より、

$$\frac{c_{1t+1}}{c_{1t}} = \frac{(1+r_{t+1})(1-z)}{(1+R)p_t}$$

が得られる。

消費の成長率は

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{(1-\tau)(1-z)\beta(1-\phi)^{\beta-1}\left[\left(\tau a\phi^\alpha\right)^{1/\alpha}\right]^{1-\beta}}{1+R}$$

となり、ϕの値も相続税を含んだ形に修正される。

$$\phi = 1-\frac{\beta(1-z)}{b(1+R)}$$

成長率に上式のϕを代入すると、定常状態における成長率γ_zが得られる。

$$\gamma_z = (1-\tau)(1-z)b\left(\frac{\beta}{b(1+R)}\right)^\beta\left[\left(\tau a\phi^\alpha\right)^{1/\alpha}\right]^{1-\beta}$$

相続税のない経済成長率γと相続税のある経済成長率γ_zと比較すると、

$$\gamma > \gamma_z$$

が成立する。相続税による税収が生産性を高める用途として用いられない限り、遺産に対する相続税は経済成長率を低下させるだけである。他方、生産への比例税は、経済成長率を低下させると同時に、その税収が生産的な公共財の形成に充てられるため、経済成長率を高めることになる。税率を適切にコントロールすれば、与えられたモデルと条件の中で、最大限の成長率を達成することができる。

5. 混雑現象と経済成長

本稿のモデルでは、純粋公共財の非競合性の仮定より、最終財部門と投資財部門との間で混雑現象が生じなかった。最終財部門の利用によって投資財部門の利用を妨げなかったのである。しかし、道路、警察、消防など、一部の政府活動は混雑を蒙りやすい。そこで、以下ではこれまでのモデルに公共財の混雑現象を取り入れて再検討する。

非常にシンプルに混雑現象をχで示す。χは$0\le\chi\le 1$で、最終財部門の公共財の使用率である（$(1-\chi)$は投資財部門の公共財の使用率となる）。したがって、最終財部門の公共財の使用量g_{yt}と最終財部門の公共財の使用量g_{xt}はそれぞれ、

$$g_{yt} = \chi g$$
$$g_{xt} = (1-\chi)g$$

となる。

最終財部門と投資財部門の生産関数に代入すると、

$$y_t = ak_{yt}^\alpha(\chi g_t)^{1-\alpha}$$
$$x_t = bk_{xt}^\beta[(1-\chi)g_t]^{1-\beta}$$

政府の予算制約式

$$g_t = \tau a(\phi_t k_t)^\alpha(\chi g_t)^{1-\alpha}$$

となり、この両辺をk_tで割って整理する。定常状態$(\phi_t = \phi_{t+1} = \phi)$では、

$$\frac{g_t}{k_t} = \left(\tau a\phi^\alpha\chi^{1-\alpha}\right)^{1/\alpha}$$

となる。

定常状態における、消費と資本の成長率

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{(1-\tau)(1-\chi)^{1-\beta}(1-\phi)^{\beta-1}\beta\left[\left(\tau a\phi^\alpha\chi^{1-\alpha}\right)^{1/\alpha}\right]^{1-\beta}}{1+R}$$

$$\frac{k_{t+1}}{k_t} = (1-\tau)(1-\chi)^{1-\beta}b(1-\phi)^\beta\left[\left(\tau a\phi^\alpha\chi^{1-\alpha}\right)^{1/\alpha}\right]^{1-\beta}$$

定常状態では、$c_{t+1}/c_t = k_{t+1}/k_t$であるので、$\phi$の値を求めることができる。

$$\phi = 1-\frac{\beta}{b(1+R)}$$

それぞれの生産関数に代入し、定常状態における成長率γ_χを求める。

$$\gamma_\chi = (1-\tau)(1-\chi)^{1-\beta}b\left(\frac{\beta}{b(1+R)}\right)^\beta\left[\left(\tau a\phi^\alpha\chi^{1-\alpha}\right)^{1/\alpha}\right]^{1-\beta}$$

混雑のない経済成長率γと混雑のある経済成長率γ_χと比較すると、

$$\gamma > \gamma_\chi$$

が成立する。したがって、公共財に混雑現象が発生すれば、経済成長率が低下することがわかる。

最終財部門が投資財部門より積極的に公共財を利用すれば（χが大きければ)、最終財部門の生産性が上昇し、投資財部門の生産性が低下する。最終財部門の生産性の上昇が投資財部門の生産性の低下を上回れば、経済成長率は高まる。 χが大きくなりすぎると、最終財部門の生産性の上昇が投資財部門の生産性の低下を下回り、経済成長率は低下する。したがって、混雑現象下では、最終財部門の公共財利用率

$$\chi = 1 - \alpha$$

で、経済成長率γ_χが最大化する（図２）。

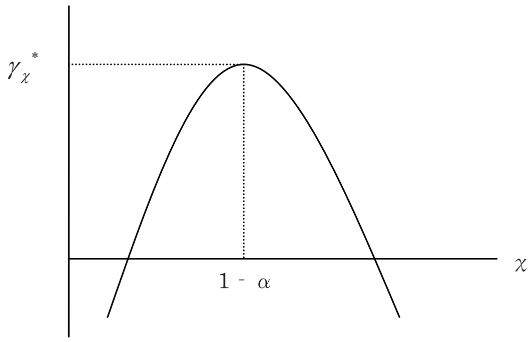

図2　混雑現象と経済成長

5. おわりに

本稿では最終財部門と投資財部門とが存在する二部門内生的成長モデルを用いて、Barro（1990）等が分析した公共財と経済成長との関係を再検討した。二部門内生的成長モデルにおいても、比例税の増税が経済成長に対して正の効果と負の効果をもたらし、経済成長率が最大となる比例税率（公共財の供給量）が存在することが示された。そして、非競合性の仮定を緩めた準公共財の場合には、純粋公共財の場合と比較して経済成長率が低下することも示され、混雑現象下では、両部門にとって公共財利用率に最適水準が存在することがわかった。

ただし、本稿の結論は、解析的に問題が解けるよう、効用関数を対数型、生産関数をコブ - ダグラス型と特定化して分析を行ったことによるものである。次回への検討課題としては、関数型の一般化や、より複雑なものを用いて、再度、本稿で得られた結論が成り立ち得るか否かを確認することである。また、公共財は最終財のみから形成されると仮定したが、投資財の場合、あるいはその双方を用いて形成される場合を考え、比較検討する必要も課題として残されている。

参考文献

Arrow,K.J and M.Kurz（1970). Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy. RFF Press.
Auerbach,A.J, L.J.Kotlikoff, R.P.Hagemann and G.Nicoletti（1989）. “The Economic Dynamics of an Ageing Population: the Case of Four OECD Countries.” OECD Economic Studies, 12.
Barro,R.J（1990). “Goverment Spending in a Simple Model of Economic Growth.” Journal of Political Economy, 98 : S103-S125.
Barro,R.J and X.Sala-i-Martin（1992). Economic Growth. The MIT Press.
Blanchard,O.J and S.Fischer（1989). Lectures on Macroeconomics. The MIT Press.
Fougere,M and M. Merette（1999）. “Population Ageing and Economic Growth in Seven OECD Countries.” Economic Modelling, 16 :411-427.
Glomm,G and B.Ravikumar（1997）. “Productive Government Expenditures and Long-Run Growth.” Journal of Econimic Dynamics and Contorol,21 :183-204.
Hviding,K and M.Merette（1998）. “Macroeconomic Effects of Pension Reform in the Context of Ageing: OLG Simulations for Seven OECD Countries.” OECD Working Paper, 201.
Jones,L and R.Manuelli（1992). “Finite Lifetime and Growth.” Journal of Economic Theory, 58 :171-197.
Jones,L and R.Manuelli（1997). “The Souce of Growth.” Journal of Economic Dynamics and Contorol, 21 :75-114.
Turnovsky,S.J（1995). Methods of Macroeconomic Dynamics. The MIT Press.