持続可能な非均質性
―均質ではない構成員からなる経済における不平等,経済成長及び社会的厚生―

Sustainable Heterogeneity: Inequality, Growth, and Social Welfare in a Heterogeneous Population

原　嶋　耐　治
Taiji HARASHIMA

〈要　約〉

本論文は，均質ではない構成員からなる経済における社会的厚生の問題を，「効率性」と「持続可能な非均質性（Sustainable heterogeneity）」の観点から考察するものである。周知のように，構成員の時間選好率が不均一の場合，構成員間に深刻な不平等が生じる。本論文では，仮に家計の選好が均一でなくても，全ての非均質な家計の全ての最適性条件が等しく永久に満たされる均斉成長経路が存在する，つまり，非均質性が持続可能であることを示す。この唯一の持続可能な経路の存在は，社会的厚生の問題に新しい光を当てるものであると言えよう。

しかし，この経路は，市場に任せておくだけでは必ずしも自動的に達成されるとは限らない。持続可能な非均質性は，政治的には脆弱であり，その達成のためには無条件ではないものの構成員の一定の自己犠牲，利他的行為が求められる。このことは，当局が介入を通じてその経路を実現させることを正当化できることを意味する。さらに言えば，持続可能な非均質性は，グローバリゼーションに際しては発展途上国を支援する政策を伴わなければならないことを示すものでもある。また，持続可能な非均質性を考慮してGDPを修正すれば，より人々の「幸福感」を正確に示す指標を作ることが出来るかもしれない。

ただし，非均質性が持続可能であるためには，構成員間に一定の消費水準の不平等が存在することが必要であり，ある唯一の持続可能な不平等水準が存在することも認識しておく必要がある。

JEL Classification: D63, D64, E20, F40, I30, I38, O11, O41

〈キーワード〉

持続可能性，非均質性，不平等，経済成長，社会的厚生，利他主義，
グローバリゼーション，国際貿易

はじめに

Becker（1980）が明らかにしたように，もし時間選好率が各家計で異なるならば，最も時間選好率の低い家計が最終的に全ての資本を所有するようになり，深刻な経済的不平等が生じる。このことが示すことは，選好（preference）の非均質性は社会的厚生に関する重要な論点の一つであるということである。Becker（1980）が示した状態は，パレート効率ではあるものの，時間選好率が相対的に高い家計はその最適な状態を達成できない。多くの家計が最適性を満たすことが出来ないことから，その状態を社会において長期間維持することは必ずしも容易なものとはならないであろう。なぜなら，時間選好率が相対的に高い多くの家計が，様々な手段，特に政治的な手段を使ってその非最適な状態から抜け出そうとすると考えられるからである。このことは，均質ではない構成員からなる経済を考察する際には，効率性とともに持

続可能性も同時に考察する必要があることを意味している。なお，「持続可能性」という言葉は，しばしば狭く環境問題に限定して使われることが多いが，ここではより広く，上記のような意味も含めて使用することとする。さらに，持続可能性という概念には，規範的な意味が含まれると考えられる。したがって，持続可能性は，厚生経済学，特に社会的厚生関数（例えば，Samuelson, 1947; Arrow, 1962; Sen, 1973）と密接な関係があると考えられる。本論文は，この社会的厚生と持続可能性の両面に焦点を当て，均質でない構成員からなる経済における効率性と持続可能性について考察するものである。

Becker（1980）が示した状態が意味することは，均質ではない構成員からなる経済において効率性を追求すると，必然的に深刻な不平等が生じることである。この因果関係は，不平等の程度が経済成長率と正の相関を示す可能性があることを示唆している。経済成長と不平等の相関に関しては，以前より盛んに研究されてきた（例えば，Kuznets 1955）。実証研究においては，不平等は経済成長と負の相関を持つと結論付ける研究（Alesina und Rodrik, 1994; Persson und Tabellini, 1994; Clarke, 1995; Deininger and Squire, 1998）がある一方，正の相関が，特に先進工業国においてみられるという研究もある（Forbes, 2000; Barro, 2000; Voitchovsky, 2005）。本論文では，均質ではない構成員からなる経済における不平等と経済成長の関係も，内生的経済成長における持続可能性の観点から考察する。

本論文では，三つの非均質性，すなわち，時間選好率，危険回避度，生産性の三つの要素が構成員間で不均一である場合を扱う。そして，これらの非均質性が内生的経済成長において持続可能であるかどうかを考察する。ここで，「持続可能な非均質性（Sustainable heterogeneity）」を，「全ての非均質な家計がその全ての最適性条件を永久に満たしうる状態」と定義する。本論文におけるモデルによると，持続可能な非均質性を満たす均斉成長経路は存在する。この経路を，「多角的均斉成長経路」あるいは略して「多角的経路」と呼ぶこととする。しかし，一方で，最も有利な選好を有する家計のみが全ての最適性条件を満たしうる成長経路も存在する。この経路を，「一方的均斉成長経路」あるいは略して「一方的経路」と呼ぶこととする。一方的経路は持続可能ではない。このため，不利な選好を有する家計が抵抗し，持続可能性を巡る政治的な闘争が発生する可能性がある。有利な選好を有する家計は，多角的経路と一方的経路のいずれにおいても全ての最適性条件を満たしうるが，不利な選好を有する家計は，多角的経路においてしか全ての最適性条件を満たすことが出来ない。この相違の存在は，有利な家計の行動に大きな影響を与えるかもしれない。もし有利な家計が多角的経路を選択すれば，全ての家計が最適性を満たすことが可能となり，家計間の政治的な闘争は収まるからである。本論文では，この経路選択（多角的あるいは一方的経路の選択）の問題も，「政治的損失関数」を導入してモデル化する。それに基づく分析の結果，もし不利な家計が堅く団結し，さらに，当局が様々な政策（例えば，累進税，所得移転，積極的優遇措置処置（affirmative action）等）を実施するならば，多角的経路は高い確率で実現できることが示される。

第 1 章　モデル

第 1 節　基本モデル

本論文では内生的経済成長の枠組みの中で持続可能な非均質性を考察するが，殆どの内生的経済成長モデルにおいては，共通して規模効果（scale effects）か人口増加効果のいずれかの問題点を抱えている（例えば，Jones, 1995a, b; Aghion and Howitt, 1998; Peretto and Smulders, 2002）。そこで，本論文では，これらの問題を回避している Harashima（2004）の内生的経済成長モデルを使用する。

生産関数 $Y_t = F(A_t, K_t, L_t)$ に対し，資本蓄積は，

$$\dot{K}_t = Y_t - C_t - v\dot{A}_t \tag{1}$$

で表される。ここで，Y_t は生産量，A_t は技術投入，K_t は資本投入量，L_t は労働投入量，C_t は消費量，$v(>0)$ は定数である。さらに，一単位の K_t と $\frac{1}{v}$ 単位の A_t は同等である。ここで，「同等」とは，K_t 一単位を生産するときと同量の要素投入を用いた場合，A_t は $\frac{1}{v}$ 単位生産できることを意味する。全ての企業は同一であり，それらの規模は同じである。また，いかなる期間においても，

$$m = \frac{M_t}{L_t} \tag{2}$$

である。ここで，M_t は企業の数で，$m(>0)$は定数である。加えて，

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \frac{\varpi}{M_t}\frac{\partial Y_t}{\partial (vA_t)} \tag{3}$$

つまり，

$$\frac{\partial y_t}{\partial k_t} = \frac{\varpi}{mv}\frac{\partial y_t}{\partial A_t} \tag{4}$$

が常に成立する。ここで，y_t は一人当たり生産量，k_t は一人当たり資本投入量，$\varpi(>1)$ は定数である。単純化のために，特許期間は無限であり，資本は減耗しないと仮定する。ϖ は特許の効果を示している。特許があるために，所得は資本と労働に加え技術にも分配される。(2) 式は，労働者数と企業数が正相関していることを意味している。(3) 及び (4) 式は，資本への投資と技術への投資の収益が等しく保たれること，そして，新しい技術を開発した企業はその技術への投資からの収益の全てを得ることが出来る訳ではないことを示す。つまり，技術への投資は生産量を増加させるが，その投資をした企業が得ることの出来る投資収益は生産量増加の一部分，すなわち $\frac{\varpi}{M_t}\frac{\partial Y_t}{\partial (vA_t)} = \frac{\varpi}{mL_t}\frac{\partial Y_t}{\partial (vA_t)}$ だけであることを意味する。こうした現象が生じるのは，他企業に対価なしで知識が流出すること及び技術には補完性があるためである。このため，投資企業の $\frac{\partial Y_t}{\partial A_t}$ からの取り分はかなり小さくなり，ϖ の値は M_t が非常に小さい場合を除き，M_t よりもかなり小さい値となるであろう。さらに，投資企業の取り分は M_t の増加とともに減少していくであろう。

さて，生産関数を，さらに

$$Y_t = A_t^{\alpha} f(K_t, L_t)$$

と一般的な形で特定化する。なお，α $(0 < \alpha < 1)$ は定数である。ここで，$y_t = \frac{Y_t}{L_t}$，$k_t = \frac{K_t}{L_t}$，$c_t = \frac{C_t}{L_t}$，$n_t = \frac{\dot{L}_t}{L_t}$とする。さらに，$f(K_t, L_t)$ は一次同次であると仮定する。したがって，

$$y_t = A_t^{\alpha} f(k_t)$$

さらに

$$\dot{k}_t = y_t - c_t - \frac{v\dot{A}_t}{L_t} - n_t k_t$$

となる。(4) 式より，

$$A_t = \frac{\varpi \alpha f(k_t)}{mvf'(k_t)}$$

となる。なぜなら，

$$\frac{\varpi \partial y_t}{m v \partial A_t} = \frac{\partial y_t}{\partial k_t} \Leftrightarrow \frac{\varpi \alpha}{m v} A_t^{\alpha-1} f\left(k_t\right) = A_t^{\alpha} f'\left(k_t\right)$$

であるからである。

第２節　非均質家計モデル

第1節で示された基本モデルに基づいて，三つの非均質性，すなわち，不均一な時間選好率，危険回避度及び生産性を，内生的経済成長モデルの枠組みで考察する。ここで，二つの経済，すなわち，「経済1」及び「経済2」のみが存在するとする。この二つの経済は，時間選好率，危険回避度及び生産性を除けば同一である。人口は変化しないとする（すなわち，$n_t = 0$)。両経済は相互に開放されており，財・サービス，資本は両経済間で自由に取引される。しかし，労働者はそれぞれの経済から移動できない。

個々の「経済」は，国際社会における諸「国家」と解釈することもきるが，ある国家の中における幾つかの均質な構成員の諸グループと解釈することも出来る。前者の解釈を「国際解釈」，後者の解釈を「国内解釈」と呼ぶこととする。各経済は相互に開放されていることから，交易を通じて一体化され，一つの統合された経済を形成しているとみなすことが出来る。この統合された経済は，国際解釈では世界経済を意味し，国内解釈では一国の経済を意味する。本論文では，国際解釈に基づく場合，そのモデルを「国際モデル」と呼び，国内解釈に基づく場合，そのモデルを「国内モデル」と呼ぶ。通常，国際収支（貿易収支，経常収支等）は国際経済において使われる概念であるが，国際解釈と国内解釈の両方の解釈が可能であることから，本論文では，この概念や用語を国内モデルにおいても用いることとする。

1　不均一時間選好率モデル

まず，第1節で示された基本モデルを，時間選好率以外は同一である二つの経済からなるモデルに拡張する。[1]　経済1と2の代表的家計の時間選好率を，それぞれ θ_1，θ_2 とする。さらに，$\theta_1 < \theta_2$ である。経済1と2における生産関数は，それぞれ $y_{1,t} = A_t^{\alpha} f\left(k_{1,t}\right)$，$y_{2,t} = A_t^{\alpha} f\left(k_{2,t}\right)$ である。ここで，$y_{i,t}$ 及び $k_{i,t}$ は，それぞれ，時間 t における経済 i $\left(i = 1, 2\right)$ の一人当たり生産量と資本投入量である。人口（労働者数）は，いずれの経済においても $\frac{L_t}{2}$ である。すなわち，両経済を合わせた総人口は L_t であり，また，その数は十分に大きいものとする。個々の企業はいずれの経済において活動しても構わず，また，両経済合わせた全体としての企業の総数は M_t である。経済1の経常収支は τ_t，したがって，経済2の経常収支は $-\tau_t$ である。均斉成長経路であるためにはハロッド中立型技術進歩である必要があることから，生産関数を以下のようにさらに特定化する。$i = 1,\ 2$ に対して，

$$y_{i,t} = A_t^{\alpha} k_{i,t}^{1-\alpha}$$

とする。つまり，$Y_{i,t} = K_{i,t}^{1-\alpha}\left(A_t L_t\right)^{\alpha}$である。

両経済は相互に開放されていることから，裁定を通じて，両経済の投資収益率は同一に維持される。つまり，

$$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}} = \frac{\varpi}{2mv} \frac{\partial\left(y_{1,t} + y_{2,t}\right)}{\partial A_t} = \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}} \tag{5}$$

が常に保たれる。(5) 式は，A_t への投資が両国の生産量をともに増加させることを意味している。すなわち

$$\frac{\partial Y_{i,t}}{\partial K_{i,t}} = \frac{\varpi}{M_t} \frac{\partial\left(Y_{1,t} + Y_{2,t}\right)}{\partial\left(vA_t\right)}$$

である。さらに，人口が両経済で同一である $(\frac{L_t}{2})$ ことから，

[1] この型の「不均一時間選好率内生的経済成長モデル」は、Harashima (2009c) において最初に示された。

$$\frac{\partial Y_{i,t}}{\partial K_{i,t}} = \frac{\partial y_{i,t}}{\partial k_{i,t}} = \frac{\varpi}{M_t}\frac{\partial\left(Y_{1,t}+Y_{2,t}\right)}{\partial\left(vA_t\right)} = \frac{\varpi}{mL_t}\frac{\partial\left(y_{1,t}+y_{2,t}\right)}{\partial\left(vA_t\right)}\frac{L_t}{2} = \frac{\varpi}{2mv}\frac{\partial\left(y_{1,t}+y_{2,t}\right)}{\partial A_t}$$

である。したがって，

$$A_t = \frac{\varpi\alpha\left[f\left(k_{1,t}\right)+f\left(k_{2,t}\right)\right]}{2mvf'\left(k_{1,t}\right)} = \frac{\varpi\alpha\left[f\left(k_{1,t}\right)+f\left(k_{2,t}\right)\right]}{2mvf'\left(k_{2,t}\right)}$$

である。(5) 式が裁定を通じて常に保たれることから，$k_{1,t}=k_{2,t}$，$\dot{k}_{1,t}=\dot{k}_{2,t}$，$y_{1,t}=y_{2,t}$，$\dot{y}_{1,t}=\dot{y}_{2,t}$ の関係も常に保たれる。したがって，

$$A_t = \frac{\varpi\alpha f\left(k_{1,t}\right)}{mvf'\left(k_{1,t}\right)} = \frac{\varpi\alpha f\left(k_{2,t}\right)}{mvf'\left(k_{2,t}\right)}$$

となる。さらに，裁定を通じて $\frac{\partial\left(y_{1,t}+y_{2,t}\right)}{\partial A_{1,t}} = \frac{\partial\left(y_{1,t}+y_{2,t}\right)}{\partial A_{2,t}}$ となることから，$\dot{A}_{1,t} = \dot{A}_{2,t}$ も常に保たれる。

経常収支の累積額 $\int_0^t \tau_s ds$ は，両国間の資本移動を反映している。経常収支が黒字の経済は，もう一方経済にその額だけ投資していることになる。$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\left(=\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\right)$ が投資収益率を示していることから，$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t \tau_s ds$ 及び $\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t \tau_s ds$ は，一方の経済が他方の経済に有している資産への利払い，あるいは，それからの収益を示している。したがって，経済1の財・サービス収支は，

$$\tau_t - \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t \tau_s ds$$

となり，経済2のそれは，

$$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t$$

となる。経常収支が両経済間の資本移動を反映したものであることから，経常収支は両経済の資本量の関数として，以下のように表すことが出来る。

$$\tau_t = g\left(k_{1,t}, k_{2,t}\right)$$

経済1の代表的家計は，以下の期待効用

$$E\int_0^\infty u_1\left(c_{1,t}\right)\exp\left(-\theta_1 t\right)dt$$

を，制約条件

$$\dot{k}_{1,t} = y_{1,t} + \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t - c_{1,t} - v\dot{A}_{1,t}\left(\frac{L_t}{2}\right)^{-1} \quad (6)$$

の下で最大化する。一方，経済2の代表的家計は，期待効用

$$E\int_0^{\infty} u_2\left(c_{2,t}\right)\exp\left(-\theta_2 t\right)dt$$

を，制約条件

$$\dot{k}_{2,t} = y_{2,t} - \frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t \tau_s ds + \tau_t - c_{2,t} - v\dot{A}_{2,t}\left(\frac{L_t}{2}\right)^{-1} \tag{7}$$

の下で最大化する。ここで，$u_{i,t}$，$c_{i,t}$，$\dot{A}_{i,t}$は，それぞれ，経済 i の効用関数，及び，時間 t における一人当たり消費量と A_t の増加量である。さらに，E は期待オペレターで，$\dot{A}_t = \dot{A}_{1,t} + \dot{A}_{2,t}$ である。なお，(6) 及び (7) 式は，暗黙の裡に，両経済は当初，すなわち $t = 0$ において，対外資産も負債も有していないことを示している。

生産関数がハロッド中立であること，そして，$A_t = \frac{\varpi\alpha f\left(k_{1,t}\right)}{mvf'\left(k_{1,t}\right)} = \frac{\varpi\alpha f\left(k_{2,t}\right)}{mvf'\left(k_{2,t}\right)}$ かつ $f = k_{i,t}^{1-\alpha}$ であることから，

$$A_t = \frac{\varpi\alpha}{mv(1-\alpha)}k_{i,t}$$

であり，さらに

$$\frac{\partial y_{i,t}}{\partial k_{i,t}} = \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$$

である。$\dot{A}_{1,t} = \dot{A}_{2,t}$ かつ $\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}} = \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}$ であるから，

$$\begin{aligned}\dot{k}_{1,t} &= y_{1,t} + \frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t - c_{1,t} - \frac{v\dot{A}_t}{2}\left(\frac{L_t}{2}\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{1,t} + \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t - c_{1,t} - \frac{\varpi\alpha}{mL_t(1-\alpha)}\dot{k}_{1,t}\end{aligned}$$

であり，さらに，

$$\dot{k}_{1,t} = \frac{mL_t(1-\alpha)}{mL_t(1-\alpha)+\varpi\alpha}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{1,t} + \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t - c_{1,t}\right]$$

である。L_t は十分に大きく，かつ，ϖは M_t より十分に小さいことから，内生的経済成長モデルで問題となる規模効果（scale effects）は消失し，ゆえに $\frac{mL_t(1-\alpha)}{mL_t(1-\alpha)+\varpi\alpha} = 1$ と置くことが出来る。

以上を総合すると，経済1において，代表的家計は，制約条件

$$\dot{k}_{1,t} = \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{1,t} + \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t - c_{1,t}$$

の下で，最適化問題

$$Max\ \ E\int_0^{\infty} u_1\left(c_{1,t}\right)\exp\left(-\theta_1 t\right)dt$$

の解に従って行動する。また，経済2において，代表的家計は，制約条件

$$\dot{k}_{2,t} = \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{2,t} - \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t \tau_s ds + \tau_t - c_{2,t}$$

の下で，最適化問題

$$Max \ \ E\int_0^{\infty} u_2(c_{2,t})\exp(-\theta_2 t)dt$$

の解に従って行動する。

2　不均一危険回避度モデル

次に，第1節の基本モデルを，危険回避度以外は同一である二つの経済からなるモデルに拡張する。不均一危険回避度モデルの基本構造は，不均一時間選好率モデルと同じである。代表的家計の危険回避度だけが異なり，その他は同一である二つの経済があるとする。[2]　経済1と2の危険回避度は，それぞれ $\varepsilon_1 = -\frac{c_{1,t}\, u_1''}{u_1'}$，$\varepsilon_2 = -\frac{c_{2,t}\, u_2''}{u_2'}$ であり，いずれも一定の値をとり，$\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ である。経済1において，代表的家計は，制約条件

$$\dot{k}_{1,t} = \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{1,t} + \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t - c_{1,t}$$

の下で，最適化問題

$$Max \ \ E\int_0^{\infty} u_1(c_{1,t})\exp(-\theta t)dt$$

の解に従って行動する。また，経済2において，代表的家計は，制約条件

$$\dot{k}_{2,t} = \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{2,t} - \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t \tau_s ds + \tau_t - c_{2,t}$$

の下で，最適化問題

$$Max \ \ E\int_0^{\infty} u_2(c_{2,t})\exp(-\theta t)dt$$

の解に従って行動する。

3　不均一生産性モデル

最後に，第1節の基本モデルを，生産性以外は同一である二つの経済からなるモデルに拡張する。生産性が不均一な場合，効用関数ではなく生産関数が不均一となる。技術 A_t が両経済で同一であることから，生産関数が不均一であることは，技術以外の要素が不均一であることを意味する。Prescott（1998）の示すところによると，技術以外の未知の要素が各国間の全要素生産性の相違をもたらしている。さらに，Harashima（2009a）及び原嶋（2016）は，一般労働者の創造的活動が生産性の重要な要素の一つであり，それが経済や企業，労働者間の生産性の相違をもたらしていることを示している。一般労働者であっても人間であり，創造的知的活動を行う能力を有していることから，例えそれが小さいものでありにせよ，一般労働者はイノヴェーションを創造することが出来る。企業にとっては，そうした一般労働者のイノヴェーシ

[2] この型の「不均一危険回避度内生的経済成長モデル」は、Harashima（2009d）において最初に示された。

ョンを最大限活用することが最も合理的な行動である。さらに言えば，一般労働者のイノヴェーションは効率的な生産活動にとって必要不可欠なものであるとも言える。こうした一般労働者のイノヴェーションを包含した生産関数は，以下のように示すことが出来る（Harashima 2009a; 原嶋 2016）。

$$Y_t = \bar{\sigma}\omega_A\omega_L A_t^{\alpha} K_t^{1-\alpha} L_t^{\alpha} \tag{8}$$

ここで，ω_A と ω_L は一般労働者の創造的活動に係る正の値のパラメーターで，$\bar{\sigma}$ は資本への到達可能性に関する正の値のパラメーターである。パラメーター ω_A と ω_L は，A_t と独立であり，労働者の創造的活動能力によって異なる値をとる。したがって，それらの値は A_t とは異なり，労働者，企業，経済間で不均一な値となり得る。

不均一生産性モデルでは，異なる経済に属する家計の労働者は，異なる ω_A と ω_L の値を有すると仮定する。加えて，(8) 式において $\bar{\sigma}\omega_A\omega_L A_t^{\alpha}$ で示される生産性のみが，経済1と経済2の間で異なるものとする。そして，経済1と2の生産関数を，それぞれ $y_{1,t} = \omega_1^{\alpha} A_t^{\alpha} f(k_{1,t})$，$y_{2,t} = \omega_2^{\alpha} A_t^{\alpha} f(k_{2,t})$ とする。ここで，$\omega_1 (0 < \omega_1 \le 1)$ と $\omega_2 (0 < \omega_2 \le 1)$ は定数で，また，$\omega_2 < \omega_1$である。(5) 式より

$$\frac{\partial Y_{i,t}}{\partial K_{i,t}} = \frac{\partial y_{i,t}}{\partial k_{i,t}} = M_t^{-1}\frac{\partial (Y_{1,t}+Y_{2,t})}{\partial (vA_t)} = \frac{\varpi}{mL_t}\frac{\partial (y_{1,t}+y_{2,t})}{\partial (vA_t)}\frac{L_t}{2} = \frac{\varpi}{2mL_t}\frac{\partial (y_{1,t}+y_{2,t})}{\partial A_t}$$

であることから，

$$A_t = \frac{\varpi\alpha[\omega_1^{\alpha} f(k_{1,t}) + \omega_2^{\alpha} f(k_{2,t})]}{2mv\omega_1^{\alpha} f'(k_{1,t})} = \frac{\varpi\alpha[\omega_1^{\alpha} f(k_{1,t}) + \omega_2^{\alpha} f(k_{2,t})]}{2mv\omega_2^{\alpha} f'(k_{2,t})} \tag{9}$$

である。(5) 式は裁定を通じて常に保たれることから，$k_{1,t} = \frac{\omega_1}{\omega_2}k_{2,t}$，$\dot{k}_{1,t} = \frac{\omega_1}{\omega_2}\dot{k}_{2,t}$，$y_{1,t} = \frac{\omega_1}{\omega_2}y_{2,t}$，$\dot{y}_{1,t} = \frac{\omega_1}{\omega_2}\dot{y}_{2,t}$ の諸式が成り立つ。さらに，裁定を通じて $\frac{\partial (y_{1,t}+y_{2,t})}{\partial A_{1,t}} = \frac{\partial (y_{1,t}+y_{2,t})}{\partial A_{2,t}}$ が成り立つことから，

$$\dot{A}_{1,t} = \frac{\omega_1}{\omega_2}\dot{A}_{2,t}$$

が成り立つ。(9) 式及び $f = \omega_i^{\alpha} k_{i,t}^{1-\alpha}$ より，

$$A_t = \frac{\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)\omega_1^{\alpha}}\left(\omega_1^{\alpha}k_1 + \omega_2^{\alpha}k_1^{\alpha}k_2^{1-\alpha}\right) = \frac{\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)\omega_2^{\alpha}}\left(\omega_1^{\alpha}k_1^{1-\alpha}k_2^{\alpha} + \omega_2^{\alpha}k_2\right)$$

$$\frac{\omega_1^{\alpha}k_1 + \omega_2^{\alpha}k_1^{\alpha}k_2^{1-\alpha}}{\omega_1^{\alpha}} = \frac{\omega_1^{\alpha}k_1^{1-\alpha}k_2^{\alpha} + \omega_2^{\alpha}k_2}{\omega_2^{\alpha}}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial y_{i,t}}{\partial k_{i,t}} &= \left(\frac{\varpi\alpha}{2mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left(\omega_1^{\alpha}k_1 + \omega_2^{\alpha}k_1^{\alpha}k_2^{1-\alpha}\right)^{\alpha}k_1^{-\alpha} \\ &= \left(\frac{\varpi\alpha}{2mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left(\omega_1^{\alpha}k_1^{1-\alpha}k_2^{\alpha} + \omega_2^{\alpha}k_2\right)^{\alpha}k_2^{-\alpha}\end{aligned}$$

の諸式が成立する。$\frac{\omega_2}{\omega_1}k_{1,t} = k_{2,t}$ であることから，

$$\frac{\omega_1^{\alpha}k_1+\omega_2^{\alpha}k_1^{\alpha}k_2^{1-\alpha}}{\omega_1^{\alpha}}=\frac{\omega_1^{\alpha}k_1+\omega_2^{\alpha}k_1^{\alpha}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{1-\alpha}k_1^{1-\alpha}}{\omega_1^{\alpha}}=k_1\left(1+\omega_1^{-1}\omega_2\right)$$

であり，そして，

$$\frac{\omega_1^{\alpha}k_1^{1-\alpha}k_2^{\alpha}+\omega_2^{\alpha}k_2}{\omega_2^{\alpha}}=\frac{\omega_1^{\alpha}k_1^{1-\alpha}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{\alpha}k_1^{\alpha}+\omega_2^{\alpha}\frac{\omega_2}{\omega_1}k_1}{\omega_2^{\alpha}}=k_1+\frac{\omega_2}{\omega_1}k_1=k_1\left(1+\omega_1^{-1}\omega_2\right)=k_2\left(1+\omega_1\omega_2^{-1}\right)$$

である。したがって，

$$A_t=k_1\frac{\varpi\,\alpha\left(1+\omega_1^{-1}\omega_2\right)}{2mv(1-\alpha)}=k_2\frac{\varpi\,\alpha\left(1+\omega_1\omega_2^{-1}\right)}{2mv(1-\alpha)}$$

であり，さらに，$i=1,\ 2$ に対して，

$$\frac{\partial y_{i,t}}{\partial k_{i,t}}=\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)^{\alpha}\left(\frac{\varpi\,\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$$

である。$\dot{A}_{1,t}=\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{-\frac{1}{\alpha}}\dot{A}_{2,t}$（すなわち，$\dot{A}_t=\dot{A}_{1,t}+\dot{A}_{2,t}=\left(1+\omega_1^{-1}\omega_2\right)\dot{A}_{1,t}$）及び $\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}=\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}$ であることから，

$$\begin{aligned}\dot{k}_{1,t}&=y_{1,t}+\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t-c_{1,t}-v\dot{A}_{1,t}\left(\frac{L_t}{2}\right)^{-1}\\&=y_{1,t}+\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t-c_{1,t}-v\dot{A}_t\left(1+\omega_1^{-1}\omega_2\right)^{-1}\left(\frac{L_t}{2}\right)^{-1}\\&=\omega_1^{\alpha}\left[\frac{\left(1+\omega_1^{-1}\omega_2\right)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}k_{1,t}+\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t-c_{1,t}-\frac{\varpi\alpha}{mL_t(1-\alpha)}\dot{k}_{1,t}\end{aligned}$$

であり，したがって，

$$\dot{k}_{1,t}=\frac{mL_t(1-\alpha)}{mL_t(1-\alpha)+\varpi\alpha}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}k_{1,t}+\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t-c_{1,t}\right\}$$

である。

L_t が十分に大きく ϖ が M_t より十分に小さいことから，$\frac{mL_t(1-\alpha)}{mL_t(1-\alpha)+\varpi\alpha}=1$ と置くことが出来る。したがって，不均一生産性モデルにおいては，経済1の代表的家計は，制約条件

$$\dot{k}_{1,t}=\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}k_{1,t}+\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t-c_{1,t}$$

の下で，最適化問題

$$Max\quad E\int_0^{\infty}u_1\left(c_{1,t}\right)\exp\left(-\theta t\right)dt$$

の解に従って行動し，経済2の代表的家計は，制約条件

$$\dot{k}_{2,t}=\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}k_{2,t}-\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds+\tau_t-c_{2,t}$$

の下で，最適化問題

$$Max\ \ E\int_0^\infty u_2(c_{2,t})\exp(-\theta t)dt$$

の解に従って行動する。

第2章　非均質性の持続可能性

第1節　消費の成長率

1　不均一時間選好率モデル

ハミルトニアン H_1 を

$$H_1=u_1(c_{1,t})\exp(-\theta_1 t)+\lambda_{1,t}\left\{\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{1,t}+\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t-c_{1,t}\right\}$$

と置く。ここで，$\lambda_{1,t}$は共役変数である。経済1の最適性条件は，

$$\frac{\partial u_1(c_{1,t})}{\partial c_{1,t}}\exp(-\theta_1 t)=\lambda_{1,t} \tag{10}$$

$$\dot{\lambda}_{1,t}=-\frac{\partial H_1}{\partial k_{1,t}} \tag{11}$$

$$\dot{k}_{1,t}=\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{1,t}+\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t-c_{1,t} \tag{12}$$

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_{1,t}\ k_{1,t}=0 \tag{13}$$

である。同様に，ハミルトニアン H_2 を

$$H_2=u_2(c_{2,t})\exp(-\theta_1 t)+\lambda_{2,t}\left\{\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{2,t}-\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds+\tau_t-c_{2,t}\right\}$$

と置く。ここで，λ_{2t}は共役変数である。経済2の最適性条件は，

$$\frac{\partial u_2(c_{2,t})}{\partial c_{2,t}}\exp(-\theta_1 t)=\lambda_{2,t} \tag{14}$$

$$\dot{\lambda}_{2,t}=-\frac{\partial H_2}{\partial k_{2,t}} \tag{15}$$

$$\dot{k}_{2,t}=\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}k_{2,t}-\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s\,ds+\tau_t-c_{2,t} \tag{16}$$

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_{2,t}k_{2,t}=0 \tag{17}$$

である。(10)，(11)，(12) 式より，経済1の消費の成長率は，

$$\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}+\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}-\theta_1\right] \tag{18}$$

となり，(14)，(15)，(16) 式より，経済2の消費の成長率は，

$$\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{2,t}}+\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}-\theta_2\right] \tag{19}$$

となる。ここで，$\varepsilon=-\frac{c_{1,t}\,u_1''}{u_1'}=-\frac{c_{2,t}\,u_2''}{u_2'}$ は危険回避度で，一定の値をとる。経済1と2の消費の成長率が同一，すなわち $\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$ となるためには，

$$\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left[\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}+\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{2,t}}\right]-\left(\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}+\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}\right)=\theta_1-\theta_2 \tag{20}$$

が満たされなければならない。

2　不均一危険回避度モデル

不均一時間選好率モデルと同様の方法で，不均一危険回避度モデルにおける経済1の消費の成長率は，

$$\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon_1^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}+\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}-\theta\right] \tag{21}$$

となり，経済2の消費の成長率は，

$$\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon_2^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{2,t}}+\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}-\theta\right] \tag{22}$$

となる。経済1と2の消費の成長率が同一，すなわち $\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$ となるためには，

$$\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left[\varepsilon_2\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}+\varepsilon_1\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{2,t}}\right]+(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\theta\right]=\varepsilon_2\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}+\varepsilon_1\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}} \tag{23}$$

が満たされなければならない。

3　不均一生産性モデル

同様に，不均一生産性モデルにおける経済1の消費の成長率は，

$$\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}+\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}-\theta\right\} \tag{24}$$

となり，経済2の消費の成長率は，

$$\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}-\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{2,t}}+\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}-\theta\right\} \tag{25}$$

となる。経済1と2の消費の成長率が同一，すなわち $\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$ となるためには，

$$\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}(1-\alpha)\left(\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{1,t}}+\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{2,t}}\right)=\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}+\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}} \tag{26}$$

が満たされなければならない。

第2節　横断性条件

以下の諸条件が満たされるとき，横断性条件は満たされる。

1　不均一時間選好率モデル

補題 1-1：不均一時間選好率モデルにおいて，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{1,t}}{\lambda_{1,t}}<-1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{2,t}}{\lambda_{2,t}}<-1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}<-1$，あるいは，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}<-1$ でない限り，もし

$$\lim_{t\to\infty}\left\{\left(\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}-\frac{\tau_t}{k_{1,t}}\right)-\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left[\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}-\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}\right]-\frac{c_{1,t}}{k_{1,t}}\right\}<0 \tag{27}$$

あるいは

$$\lim_{t\to\infty}\left\{\left(\frac{\tau_t}{k_{2,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}\right)-\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left[\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{2,t}}-\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{2,t}}\right]-\frac{c_{2,t}}{k_{2,t}}\right\}<0 \tag{28}$$

であれば，横断性条件，すなわち（13）及び（17）式は満たされる。

証明：付録1を参照のこと。

2　不均一危険回避度モデル

不均一時間選好率モデルと同様に，以下の条件が満たされるとき，横断性条件は満たされる。

補題 1-2：不均一時間選好率モデルにおいて，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{1,t}}{\lambda_{1,t}}<-1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{2,t}}{\lambda_{2,t}}<-1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}<-1$，あるいは，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}<-1$ でない限り，もし

$$\lim_{t\to\infty}\left\{\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}\left[\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}-\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}\right]-\left(\frac{\tau_t}{k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}\right)-\frac{c_{1,t}}{k_{1,t}}\right\}<0$$

あるいは

$$-\lim_{t\to\infty}\left\{\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}\left[\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{2,t}}-\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{2,t}}\right]-\left(\frac{\tau_t}{k_{2,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}\right)+\frac{c_{2,t}}{k_{2,t}}\right\}<0$$

であれば，横断性条件は満たされる。

3　不均一生産性モデル

同様に，以下の条件が満たされるとき，横断性条件は満たされる。

補題 1-3：不均一生産性モデルにおいて，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{1,t}}{\lambda_{1,t}}<-1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{2,t}}{\lambda_{2,t}}<-1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}<-1$，あるいは，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}<-1$ でない限り，もし

$$\lim_{t\to\infty}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left(\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}-\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{1,t}}\right)-\left(\frac{\tau_t}{k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}\right)-\frac{c_{1,t}}{k_{1,t}}\right\}<0$$

あるいは

$$-\lim_{t\to\infty}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left(\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{2,t}}-\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{2,t}}\right)-\left(\frac{\tau_t}{k_{2,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}\right)+\frac{c_{2,t}}{k_{2,t}}\right\}<0$$

であれば，横断性条件は満たされる。

なお，補題1-1，1-2，1-3のいずれにおいても，「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{1,t}}{\lambda_{1,t}}<-1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{2,t}}{\lambda_{2,t}}<-1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}<-1$，あるいは，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}<-1$ でない限り」という制約が付いているが，この制約で示される状況は殆どあり得ないものであり，以下の考察においては，こうした状況は起こりえないものとして無視することとする。

第３節　持続可能性

成長経路の考察においては均斉成長経路が焦点となることから，以下の考察においては，均斉成長経路，すなわち，「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}$, $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$, $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}$, $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}$, $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}$ のいずれもが一定」となる定常状態に焦点を絞ることとする。

1　不均一時間選好率モデル

不均一時間選好モデルにおける均斉成長経路は，以下のような性質を有している。

補題 2－1：不均一時間選好モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds} \tag{29}$$

証明：付録2を参照のこと。

命題 1－1：不均一時間選好モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，そしてその場合に限り，定常状態において両経済の全ての最適性条件が満たされる。

証明：補題2-1より，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{2,t}}=\Xi$$

である。ここで，Ξ はある定数である。さらに，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{\int_0^t\tau_s ds}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}$ であることから，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{2,t}}=\Xi\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}$$

である。したがって，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}$$

であり，さらに，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{2,t}}$$

であり，

$$\lim_{t\to\infty}\left\{\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}\left[\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{1,t}}-\frac{\partial\left(\int_0^t \tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}\right]-\left(\frac{\tau_t}{k_{1,t}}-\frac{\partial \tau_t}{\partial k_{1,t}}\right)-\frac{c_{1,t}}{k_{1,t}}\right\}=-\lim_{t\to\infty}\frac{c_{1,t}}{k_{1,t}}<0$$

及び

$$-\lim_{t\to\infty}\left\{\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}\left[\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{2,t}}-\frac{\partial\left(\int_0^t \tau_s ds\right)}{\partial k_{2,t}}\right]-\left(\frac{\tau_t}{k_{2,t}}-\frac{\partial \tau_t}{\partial k_{2,t}}\right)+\frac{c_{2,t}}{k_{2,t}}\right\}=-\lim_{t\to\infty}\frac{c_{2,t}}{k_{2,t}}<0$$

となる。したがって，補題1-1により，横断性条件及びその他の最適性条件は全て満たされる。

一方，もし $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\neq\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$ であるならば，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}\neq\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\left(\int_0^t \tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t \tau_s ds}$$

である。したがって，補題1－1より，両経済において横断性条件が満たされるためには，$\lim_{t\to\infty}\frac{c_{1,t}}{k_{1,t}}=\infty$ または $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{k_{2,t}}=\infty$ である必要がある。しかし，このことで，(12) あるいは (16) 式が満たされなくなる。 ■

「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」上の経路は，以下のような性質を有している。

系 1－1：不均一時間選好モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，そしてその場合に限り，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{2,t}}{y_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{A}_t}{A_t}=\text{一定} \tag{30}$$

証明：付録3を参照のこと。

なお，この経路の成長率の極限は，(18) 及び (19) 式より，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right] \tag{31}$$

である。

系 2－1：不均一時間選好モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，そしてその場合に限り，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\int_0^t \tau_s ds}{dt}}{\int_0^t \tau_s ds}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{2,t}}{y_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{A}_t}{A_t}=\text{一定} \tag{32}$$

証明：補題2-1より $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\int_0^t \tau_s ds}{dt}}{\int_0^t \tau_s ds}$ であるから，系1-1より，(32) 式が成り立つ。 ■

この均斉成長経路においては，経常収支不均衡は最終的に生産量，消費量，資本量と同じ率で増加することから，経常収支の生産量，消費量，資本量に対する比率は発散せずに安定する。つまり，命題1-1で示されているように，$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{2,t}}=\Xi$ となる。

命題1-1を満たす均斉成長経路上では，時間選好率に係る非均質性は，定義により持続可能である。なぜなら，二つの経済の全ての最適性条件が永久に満たされるからである。この持続可能な均斉成長経路は，「はじめに」で示された「多角的均斉成長経路」（または簡単に「多角的経路」）である。

通常，技術水準が継続的に低下し続けることはないので（つまり，通常 $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{A}_t}{A_t}>0$），以下の考察においては，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{A}_t}{A_t}>0$ の場合のみを対象とする（すなわち，多角的経路においては，系1-1により，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}>0$ の場合のみである。）

2　不均一危険回避度モデル

不均一危険回避度モデルにおける多角的経路に関しても，第2章第3節1の不均一時間選好率モデルにおける命題，補題，系と同様のものを導くことが出来る。

補題 2-2：不均一危険回避度モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，(29) 式が満たされる。

命題 1-2：不均一危険回避度モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，そしてその場合に限り，定常状態において両経済の全ての最適性条件が満たされる。

系 1-2：不均一危険回避度モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，そしてその場合に限り，(30) 式が満たされる。

系 2-2：不均一危険回避度好モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，そしてその場合に限り，(32) 式が満たされる。

命題1-2を満たす均斉成長経路上では，定義により危険回避度の非均質性は持続可能である。なぜなら，二つの経済の全ての最適性条件が永久に満たされるからである。したがって，この経路は多角的経路である。

3　不均一生産性モデル

同様の命題，補題，系が不均一生産性モデルでも成立する。しかし，家計の選好が非均質である場合と異なり，(24)及び（25）式が示すように，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$ であっても，$\lim_{t\to\infty}\tau_t=0$ 及び $\lim_{t\to\infty}\int_0^t\tau_s ds=0$ となることが可能である。したがって，必要に応じて，「$\lim_{t\to\infty}\tau_t=0$ 及び $\lim_{t\to\infty}\int_0^t\tau_s ds=0$ となる場合」と「$\lim_{t\to\infty}\tau_t\neq 0$ 及び $\lim_{t\to\infty}\int_0^t\tau_s ds\neq 0$ となる場合」とを切り離して別々に考える必要がある。

補題 2-3：不均一生産性モデルにおいて，$\lim_{t\to\infty}\tau_t=0$ 及び $\lim_{t\to\infty}\int_0^t\tau_s ds=0$ である場合には，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}} \tag{33}$$

であり，さらに，$\lim_{t\to\infty}\int_0^t\tau_s ds\neq 0$ 及び $\lim_{t\to\infty}\tau_t\neq 0$ である場合には，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，(33)式が満たされ，かつ，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} \tag{34}$$

である。

補題2-3より，もし両経済の全ての最適性条件が満たされるならば，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}=0 \tag{35}$$

あるいは，(34) 式のいずれかが成り立つ。

命題 1-3：不均一生産性モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，そしてその場合に限り，定常状態において両経済の全ての最適性条件が満たされる。

系 1-3：不均一生産性モデルにおいて，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，そしてその場合に限り，(30)式が満たされる。

系 2-3：不均一生産性モデルにおいて，$\lim_{t\to\infty}\tau_t\neq 0$ 及び $\lim_{t\to\infty}\int_0^t\tau_s ds\neq 0$ である場合には，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，(30) 式が満たされ，かつ，(34) 式が満たされる。

命題1-3を満たす，補題2-3で示された二つの均斉成長経路のいずれにおいても，定義により，生産性の非均質性は持続可能である。なぜなら，二つの経済の全ての最適性条件が永久に満たされるからである。

（24）及び（25）式より，これらの持続可能な経路の成長率の極限は，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}-\theta\right\} \tag{36}$$

である。

第４節　収支

１　不均一時間選好率モデル

命題1-1の証明で示されたように，多角的経路では，$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{2,t}}=\Xi$ かつ $\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{2,t}}=\Xi\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}$ である（Ξ はある定数である）。$k_{i,t}$ は正の値をとることから，Ξ の値が負であることは，経済1の経常収支は最終的に持続的な赤字となり，経済2はその逆となることを意味する。

補題 3-1：不均一時間選好モデルでは，多角的経路において

$$\Xi=\frac{\theta_1-\theta_2}{2}\left\{\varepsilon\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right]^{-1}-1\right\}^{-1} \tag{37}$$

である。

証明：付録4を参照のこと。

補題3-1は，多角的経路では Ξ の値は一意に決定され，そして，その符号も同じく一意に決定されることを示している。

命題 2-1：不均一時間選好モデルでは，多角的経路において，もし

$$\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}[1-(1-\alpha)\varepsilon]<\frac{\theta_1+\theta_2}{2} \tag{38}$$

であるなら，

$$\Xi<0$$

である。

証明：$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$ が成立するためには，（18）及び（19）式より，

$$\lim_{t\to\infty}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}\right]<0$$

である必要がある。ここで，

$$\lim_{t\to\infty}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}\right]$$

$$=\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\varXi\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}-\varXi=\varXi\left[\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}-1\right]<0$$

である。成長率の極限は $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right]$ であることから，

$$\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}-1=\frac{\varepsilon\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}{\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}}-1$$

である。したがって，もし不等式（38）が満たされるなら，

$$0<\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}-1$$

であり，$\varXi<0$ である。 ■

命題2-1は，多角的経路では，経済1では経常収支赤字，経済2では経常収支黒字が永久に続くことを示している。条件である不等式（38）は，一般的に成立する合理的な関係であると考えられ，一般に満たされていると考えられる。

なお，貿易収支に関しては，以下の系3-1で示されるように，経済1と2では経常収支とは逆の形となる。

系 3-1：不均一時間選好モデルでは，多角的経路において，もし不等式（38）が満たされるならば，

$$\lim_{t\to\infty}\left(\tau_t-\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t\tau_s ds\right)>0$$

である。

証明：付録5を参照のこと。

系3-1は，多角的経路においては，経済1では貿易収支黒字，経済2では貿易収支赤字が永久に続くことを示している。つまり，各期において，経済1が累積した経常収支赤字（すなわち負債）への元利払いとして，経済1から経済2へ財・サービスが永久に移転され続けることを意味している。

しかし，初めから経済1の貿易収支が黒字となる訳ではない。系3-1が満たされるまでの期間においては，負の $\int_0^t\tau_s ds$ が増大していく過程が暫く続くことになるからである。初期のまだ $\int_0^t\tau_s ds$ が小さい間は，経済1の貿易収支 $(\tau_t-\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t\tau_s ds)$ は継続的な赤字となる。十分な量の負の $\int_0^t\tau_s ds$ が蓄積された後になって，経済1の貿易収支は黒字に転じることになる。

2　不均一危険回避度モデル

不均一危険回避度モデルにおいても，同様に，多角的経路における Ξ の値は一意に決定される。

補題 3-2：不均一危険回避度モデルでは，多角的経路において，

$$\Xi = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \theta\right]}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\left\{\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}\right)\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \theta\right]^{-1} - 1\right\}}$$

である。

命題 2-2：不均一危険回避度モデルでは，多角的経路において，もし

$$1 - \theta\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{-\alpha}(1-\alpha)^{-1+\alpha} < \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \tag{39}$$

ならば，

$$\Xi < 0$$

である。

なお，条件である不等式（39）は，一般的に成立する合理的な関係であると考えられ，一般に満たされていると考えられる。

系 3-2：不均一危険回避度モデルにおいては，$\lim_{t\to\infty}\left(\tau_t - \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t \tau_s ds\right) > 0$ である。

補題3-2及び（21），（22）式より，多角的経路における成長率の極限は，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}} = \left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}\right)^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \theta\right]$$

である。

3　不均一生産性モデル

補題2-3が示すように，多角的経路においては，「$\lim_{t\to\infty}\tau_t = 0$ 及び $\lim_{t\to\infty}\int_0^t \tau_s ds = 0$」，あるいは，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t} = \lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\left(\int_0^t \tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t \tau_s ds} = \left[\frac{(\omega_1 + \omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$$

のいずれかとなる。前者の経路の場合

$$\Xi = 0$$

となり，貿易不均衡が永久に続くと言うことにはならない。しかし，後者の経路では，一般に貿易不均衡幅は消費より高

い伸び率で増加してしまう。なぜなら，通常，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\,\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$$

$$>\varepsilon^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\,\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}-\theta\right\}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$$

であるからである。したがって，一般に $\varXi$ は無限大に発散してしまう。こうしたことから，後者の経路は一般に選択されることはないであろう。なお，経路選択の問題一般については，第3章第3節で詳しく論じる。

第５節　複数の要素が非均質なモデル

上記の三つの非均質性は相互に排他的なものではない。むしろ，時間選好率と生産性の非均質性は相互に関連している可能性が高い。多くの実証研究において，時間選好率は所得と負の相関をしていることが示されている（例えば，Lawrance, 1991; Samwick, 1998; Ventura, 2003）。このことから，高い生産性を持つ経済では，低い時間選好率を有していると考えられる。そこで，本節では，前節までのモデルを，三つの非均質性が同時に存在しているモデルへと拡張する。

まず，二つの経済（経済1と経済2）があり，それらは，時間選好率，危険回避度，生産性を除き同一であるとする。経済1のハミルトニアンを，

$$H_1=u_1(c_{1,t})\exp(-\theta_1 t)+\lambda_{1t}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}k_{1,t}+\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t-c_{1,t}\right\}$$

さらに，経済2のハミルトニアンを，

$$H_2=u_2(c_{2,t})\exp(-\theta_2 t)+\lambda_{2,t}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}k_{2,t}-\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds+\tau_t-c_{2,t}\right\}$$

とする。両経済の成長率は，

$$\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon_1^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}+\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}-\theta_1\right\}\tag{40}$$

及び

$$\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon_2^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}-\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{2,t}}+\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}-\theta_2\right\}\tag{41}$$

となる。

ここで，定常状態では，$\lim_{t\to\infty}\dfrac{\tau_t}{k_{1,t}}=\varXi$，$\lim_{t\to\infty}\dfrac{\tau_t}{k_{2,t}}=\dfrac{\omega_1}{\omega_2}\varXi$，$\lim_{t\to\infty}\dfrac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}=\varXi\left(\lim_{t\to\infty}\dfrac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}$，$\lim_{t\to\infty}\dfrac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{2,t}}=\dfrac{\omega_1}{\omega_2}\varXi\left(\lim_{t\to\infty}\dfrac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}$ である。したがって，

$$\varXi = \frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\theta_1 - \theta_2 - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1\right)\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}}{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1} - 1\right\}}$$

である。また，多角的経路における成長率の極限は，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}} = \left(\frac{\varepsilon_1\omega_1+\varepsilon_2\omega_2}{\omega_1+\omega_2}\right)^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha} - \frac{\theta_1\omega_1+\theta_2\omega_2}{\omega_1+\omega_2}\right\} \tag{42}$$

である。明らかに，もし $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ かつ $\omega_1 = \omega_2 = 1$ なら，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}} = \varepsilon_1^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right]$$

で，もし $\theta_1 = \theta_2$ かつ $\omega_1 = \omega_2 = 1$ なら，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}} = \left(\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}\right)^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \theta_1\right]$$

で，そして，もし $\theta_1 = \theta_2$ かつ $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ なら，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}} = \varepsilon_1^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha} - \theta_1\right\}$$

である。上記の結果は，第2章第3節及び第4節が示す結果と同じである。

多角的経路における $\varXi$ の符号は，θ_1 と θ_2，ε_1 と ε_2，そして ω_1 と ω_2 のそれぞれの間の相対的な大小関係によって決まる。しかし，前述のように，もし時間選好率と生産性が負の相関をしているとすると（つまり，$\theta_1 < \theta_2$ の時は，$\omega_1 > \omega_2$），命題2-1及び系3-1より，もし $\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}\left[1-(1-\alpha)^{1-\alpha}\varepsilon_1\right] < \frac{\omega_1\theta_1+\omega_2\theta_2}{\omega_1+\omega_2}$ ならば，多角的経路においては，$\varXi < 0$ かつ $\lim_{t\to\infty}\left(\tau_t - \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t \tau_s ds\right) > 0$ である。つまり，経済1の経常収支赤字と貿易黒字は永久に続くことになる。条件 $\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}\left[1-(1-\alpha)^{1-\alpha}\varepsilon_1\right] < \frac{\omega_1\theta_1+\omega_2\theta_2}{\omega_1+\omega_2}$ は，一般的に成立する合理的な関係であると考えられ，基本的に満たされていると考えられる。

第６節　多数の経済からなるモデル

前節までの二つの経済からなるモデルは，非均質な数多くの経済からなるモデルに拡張することが出来る。

１　不均一時間選好率モデル

時間選好率以外は同一の経済が複数存在し，その数は H であるとする。また，$i = 1, 2, \ldots, H$，$j = 1, 2, \ldots, H$，$i \neq j$ に対して，θ_1 は経済 i の時間選好率，そして，$\tau_{i,j,t}$ は経済 i の経済 j に対する経常収支とする。人口（労働者数）の総合

計は L_t であり，各経済の人口（労働者数）は $\frac{L_t}{H}$ である。経済 i の代表的家計は，以下の期待効用

$$E\int_0^\infty u_i\left(c_{i,t}\right)\exp\left(-\theta_i t\right)dt$$

を制約条件

$$\dot{k}_{i,t} = y_{i,t} + \sum_{j=1}^{H}\frac{\partial y_{j,t}}{\partial k_{j,t}}\int_0^t \tau_{i,j,s}ds - \sum_{j=1}^{H}\tau_{i,j,t} - c_{i,t} - v\dot{A}_{i,t}\left(\frac{L_t}{H}\right)^{-1}$$

の下で最大化し，それに基づいて行動する。なお，$i \neq j$ である。

命題 3-1：多数経済からなる不均一時間選好率モデルにおいて，もし全ての i に対して

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{i,t}}{c_{i,t}} = \varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \frac{\sum_{q=1}^{H}\theta_q}{H}\right]$$

であるならば，そしてその場合に限り，定常状態において全ての経済の全ての最適性条件が満たされ，かつ，全ての i と $j\ (i \neq j)$ に対して

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{i,t}}{c_{i,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{i,t}}{k_{i,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{i,t}}{y_{i,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_{i,j,t}}{\tau_{i,j,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\int_0^t \tau_{i,j,s}ds}{dt}}{\int_0^t \tau_{i,j,s}ds} \tag{43}$$

である。
証明：付録6を参照のこと。

2　不均一危険回避度モデル

不均一危険回避度モデルも，同様に多数の経済からなるモデルに拡張できる。そして，命題3-1同様な命題を導くことが出来る。危険回避度以外は同一の経済が複数存在し，その数は H であるとする。また，$\varepsilon_i\ (i = 1, 2, \ldots, H)$ は経済 i の危険回避度である。

命題 3-2：多数経済からなる不均一危険回避度モデルにおいて，もし全ての i に対して

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{i,t}}{c_{i,t}} = \left(\frac{\sum_{q=1}^{H}\varepsilon_q}{H}\right)^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \theta\right]$$

であるならば，そしてその場合に限り，定常状態において全ての経済の全ての最適性条件が満たされ，かつ，全ての i と $j\ (i \neq j)$ に対して，(43) 式が満たされる。

3　不均一生産性モデル

不均一生産性モデルも，同じく同様に多数の経済からなるモデルに拡張できる。生産性以外は同一の経済が複数存在

し，その数は H であるとする。また，$\omega_i\ (i = 1, 2, \ldots, H)$ は経済 i の生産性である。なお，$k_{1+2,t} = k_{1,t} + k_{2,t} = k_{2,t}\left[\dfrac{\omega_1}{\omega_2} + 1\right]$ であることから，経済1+2の生産関数は，

$$y_{1+2,t} = A_t^{\alpha}\left(\omega_1^{\alpha} k_{1,t}^{1-\alpha} + \omega_2^{\alpha} k_{2,t}^{1-\alpha}\right) = \left(\omega_1 + \omega_2\right)^{\alpha} A_t^{\alpha} k_{1+2,t}^{1-\alpha}$$

となる。

命題 3-3：多数経済からなる不均一生産性モデルにおいて，もし全ての i に対して

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{i,t}}{c_{i,t}} = \varepsilon^{-1}\left\{\left[\frac{\left(\sum_{q=1}^{H}\omega_q\right)\varpi\,\alpha}{Hmv\ (1-\alpha)}\right]^{\alpha} - \theta\right\}$$

であるならば，そしてその場合に限り，定常状態において全ての経済の全ての最適性条件が満たされ，かつ，全ての i と $j\ (i \neq j)$ に対して

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{i,t}}{c_{i,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{i,t}}{k_{i,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{i,t}}{y_{i,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{A}_t}{A_t}$$

である。

4　複数の要素が非均質なモデル

同様に，複数の要素からなるモデルも，多数の経済からなるモデルに拡張できる。

命題 3-4：多数の経済からなる複数要素非均質モデルにおいて，もし全ての i に対して

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{i,t}}{c_{i,t}} = \left(\frac{\sum_{q=1}^{H}\varepsilon_q\omega_q}{\sum_{q=1}^{H}\omega_q}\right)^{-1}\left\{\left[\frac{\varpi\,\alpha\sum_{q=1}^{H}\omega_q}{Hmv\ (1-\alpha)}\right]^{\alpha} - \frac{\sum_{q=1}^{H}\theta_q\omega_q}{\sum_{q=1}^{H}\omega_q}\right\}$$

であるならば，そしてその場合に限り，定常状態において全ての経済の全ての最適性条件が満たされ，かつ，全ての i と $j\ (i \neq j)$ に対して，(43) 式が満たされる。

なお，命題3-4は，非均質な構成員からなる経済における「代表的家計」の概念は，全ての家計が多角的経路上にいるという仮定を暗黙の裡に置いていることを示唆している。

第７節　技術進歩外生成長モデルへの縮退

内生的成長モデルにおいて多角的経路が存在することから，技術進歩外生の成長モデル（ラムゼイ型成長モデル）においても同様な多角的経路が存在することが考えられる。しかし，技術進歩外生成長モデルにおいては，$\dfrac{\partial y_t}{\partial k_t} = \theta$ であることから，不均一時間選好率の場合においてのみ，多角的経路の存在が意味を持つ。なぜなら，技術進歩外生の成長モデルにおいては，危険回避度が不均一であっても定常状態は同一となり，多角的経路の問題とは無関係となる。また，$\dfrac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}} = \dfrac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}$ であることから，生産性が不均一であっても，永久に続く貿易不均衡は生じない（つまり，結果的に，各

経済は他の経済の影響を受けない形となる)。したがって，技術進歩外生成長モデルにおいては，時間選好率が不均一な場合のみが持続可能な非均質性の対象となる。

ここで，技術進歩は外生で一定 $(A_t = A)$ とする。第1章第2節1で示された不均一時間選好率モデルのハミルトニアンは，

$$H_1 = u_1(c_{1,t})\exp(-\theta_1 t) + \lambda_{1t}\left[A^{\alpha}k_{1,t}^{1-\alpha} + (1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t - c_{1,t}\right]$$

及び

$$H_2 = u_2(c_{2,t})\exp(-\theta_2 t) + \lambda_{2,t}\left[A^{\alpha}k_{2,t}^{1-\alpha} - (1-\alpha)A^{\alpha}k_{2,t}^{-\alpha}\int_0^t \tau_s ds + \tau_t - c_{2,t}\right]$$

のように縮退する。(10)，(11) 及び (12) 式より，経済1の消費の成長率は，

$$\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \varepsilon^{-1}\left\{(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha} + (1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\frac{\partial\int_0^t \tau_s ds}{\partial k_{1,t}} - \alpha(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha-1}\int_0^t \tau_s ds - \frac{\partial \tau_t}{\partial k_{1,t}} - \theta_1\right\}$$

となる。したがって，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \varepsilon^{-1}\lim_{t\to\infty}\left\{(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha} + (1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\frac{\partial\int_0^t \tau_s ds}{\partial k_{1,t}} - \alpha(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha-1}\int_0^t \tau_s ds - \frac{\partial \tau_t}{\partial k_{1,t}} - \theta_1\right\} = 0$$

であり，さらに，

$$\lim_{t\to\infty}(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\left[1 + (1-\alpha)\Psi\right] - \Xi - \theta_1 = 0$$

である。ここで，

$$\Psi = \lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{1,t}}$$

であり，Ψ は定常状態において一定である。さらに，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} = 0$$

である。Ψ が定常状態において一定となるためには，$\lim_{t\to\infty}\tau_t = 0$ である必要があることから，

$$\Xi = 0$$

である。したがって，

$$\lim_{t\to\infty}(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\left[1 + (1-\alpha)\Psi\right] - \theta_1 = 0 \tag{44}$$

であり，また，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}} = 0$ であるから，

$$\lim_{t\to\infty}(1-\alpha)A^{\alpha}k_{2,t}^{-\alpha}\left[1-(1-\alpha)\Psi\right]-\theta_2=0 \tag{45}$$

である。

（44），（45）式，及び $\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}=\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}=A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}=A^{\alpha}k_{2,t}^{-\alpha}$ より，

$$\Psi=\frac{\theta_1-\theta_2}{2(1-\alpha)\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}} \tag{46}$$

である。さらに，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon^{-1}\lim_{t\to\infty}\left\{\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}+\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{1,t}}-\alpha\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}-\theta_1\right\}=0$$

及び（46）式より，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}+\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}(1-\alpha)\Psi=\theta_1$$

であり，したがって，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}=\frac{\theta_1+\theta_2}{2}=\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}} \tag{47}$$

である。（47）式が満たされると，両経済の全ての最適性条件が満たされる。これは，（31）式，つまり，内生的成長モデルにおける多角的経路に相当するものである。（47）式が満される状態を，以下において「多角的定常状態」と呼ぶこととする。

もし両経済が相互に開放されていない閉鎖経済である場合には，定常状態において，（47）式ではなく，$\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}=\theta_1$ 及び $\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}=\theta_2$ となる。ここで $\theta_1<\theta_2$ であることから，多角的定常状態においては，閉鎖経済の場合と比較して，経済1の資本量はより少なく，逆に経済2の資本量はより多くなり，したがって，経済1の生産量，消費量もより少なく，経済2のそれらはより多くなる。さらに，（47）式より

$$\Psi=\frac{\theta_1-\theta_2}{2(1-\alpha)\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}}=\frac{\theta_1-\theta_2}{(1-\alpha)(\theta_1+\theta_2)}<0$$

である。したがって，$\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}=\Psi<0$ であることから，

$$\lim_{t\to\infty}\int_0^t\tau_s ds<0$$

である。つまり，多角的定常状態において，経済1は，経済2に対する累積債務を持つことになる。このため，経済1は，その債務の返済として，毎期，財・サービスを

$$\left|(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\int_0^t \tau_s ds\right|$$

だけ，経済2に輸出する。しかし，$\lim_{t\to\infty}\tau_t = 0$ 及び $\Xi = 0$ であるので，累積債務は発散せず，多角的定常状態において安定した状態となる。

多角的定常状態においては，両経済の全ての最適性条件は満たされることから，非均質性は持続可能である。しかし，多角的定常状態は，経済1にとっては，Becker (1980) が描写する状態と比較すると好ましいものではないかもしれない。なぜなら，消費はより少なく，かつ累積債務を背負うからである。経済1は，どちらの状態を選択するべきであろうか。同様な問題は，内生的成長モデルにおいても生じる。すなわち，経済2の全ての最適性条件も同時に満たされることを優先すべきか，より高い効用をもたらす一方的な最適経路を優先するべきかという問題である。この問題に関して，以下の章で詳しく考察する。

第3章　一方的均斉成長経路

多角的経路は全ての経済の全ての最適性条件が満たされるという経路であるが，それが存在しうるということと，それが常に実現されるということはまた別の話である。この点に関して，Ghiglino (2002) は，ある適当な条件下では，Becker (1980) が描写する状態は内生的成長モデルにおいても現れるだろうと予測し，Farmer and Lahiri (2005) は，全ての主体が同じ時間選好率を持つという特殊な場合を除いて，多数の主体からなる経済において一般に均斉成長経路は存在しないと結論付けている。それでは，第1章及び第2章で示される環境の下で，はたして多角的経路は実現しうるのであろうか。この点を探るために，本章では，まず，多角的経路との対比において一方的経路の性質がどのようなものであるか考察する。

第1節　不均一時間選好率モデル

経済1にとっては，全ての最適性条件が満たされる経路は多角的経路だけではない。経済1は，例え一方的に行動したとしても，その全ての最適性条件を満たすことが出来る。ただし，その場合，経済2はその最適性条件の全てを満たすようにすることは出来なくなる。

補題 4-1：不均一時間選好率モデルにおいて，もし一方の経済が他方の経済の最適性条件を考慮しないで τ_t を決定した場合には，両経済がともに最適性条件の全てを満たすようにすることは出来ない。
証明：付録7を参照のこと。

定常状態では

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon^{-1}\left\{\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}+\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}\right)^{-1}-\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}-\theta_1\right\}$$

であることから，経済1の全ての最適性条件は，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} \tag{48}$$

であるか，あるいは，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} \tag{49}$$

である場合においてのみ満たされる。つまり，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}$ は，(48) 式あるいは (49) 式が満たされた場合においてのみ一定となる。逆に言えば，経済1は，その全ての最適性条件を満たしうる二つの経路を持っていることになる。(48) 式は「$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}=$一定」であることを示し，(49) 式は，「いかなる $\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}$ に対しても，$\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}\right)^{-1}-1=0$」であることを示している。

(48) 式は多角的経路に対応する。一方，(49) 式を満たす経路では，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\neq\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}$$

であり，かつ，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}>\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$$

である。ここで，(6) 及び (7) 式より

$$c_{1,t}-c_{2,t}=2\left(\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t\right)=2\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t\right]$$

である。また，$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{\int_0^t\tau_s ds}=\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$ であるためには，

$$\lim_{t\to\infty}(c_{1,t}-c_{2,t})=0$$

である必要がある。しかし，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}>\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$ であることから，経済2は，当初消費量を $c_{2,0}=\infty$ のように置かなければならない。しかし，このことで経済2の最適性条件は満たされなくなる。したがって，(49) 式を満たす経路では，経済1の全ての最適性条件は満たされるものの，経済2の最適性条件の全てを満たすようにすることは出来ない。このことは，逆に言えば，経済2がその全ての最適性条件を満たすことの出来る経路は多角的経路のみであることを示している。(49) 式を満たす経路は，「はじめに」で述べた「一方的均斉成長経路」あるいは「一方的経路」に当たる。明らかに，一方的経路においては，非均質性は持続可能ではない。

経済1が一方的に行動をする場合（すなわち，一方的経路を選択する場合），経済2はどのように行動するべきであろうか。例えば，経済2は経済1に話し合いを求めるかもしれない。その結果として，経済1と2の間で両経済間の交易に関する何らかの合意が得られるかもしれない。しかし，合意が得られず，そして，経済1が経済2の最適性条件を一切考慮しないで行動することになるとすると，経済2は一般に下記の注意1-1に示されるような悲惨な状況に陥るであろう。

注意 1-1：不均一時間選好率モデルにおいて，もし経済1が経済2の最適性条件を考慮しないで行動した場合，経済1の全ての最適性条件が満たされる一方で，経済2の（経済1に対する）負債の消費に対する比率は，無限大に発散する。

注意1-1 が示すような状態に陥る理由は，以下の通りである。経済1が一方的経路を選択し，$c_{1,0}$ をその経路に合わせて設定した場合，経済2には二つの選択肢が存在する。第一の選択肢は，経済1と同様に自己以外経済の最適性を一切考慮せずに自己の最適性を追求することである。つまり，経済2も一方的な経路を選択することである。第二の選択肢は，経済1の行動の追従者（follower）となることである。

まず，もし経済2が上記第一の選択肢を選んだ場合には，経済2は $c_{1,0}$ を考慮せずに $c_{2,0}$ を設定することになる。補題

4-1の証明で示されたように，一方的経路における成長率は，両経済で異なり，$\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} > \frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$ となる。したがって，この場合，当初の消費量は $c_{1,0} < c_{2,0}$ のように設定されなければならない。さて，$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}} = \frac{\varpi}{2mv}\frac{\partial(y_{1,t}+y_{2,t})}{\partial A_t} = \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}$ 及び $k_{1,t} = k_{2,t}$ が保たれなければならないので，両経済の資本と技術は等しく，そして同じ率で成長する。したがって，$c_{1,0} < c_{2,0}$ であることから，当初，経済1では経済2より多くの資本が作られ，その一部が経済2に輸出されることになる。結果として，

$$\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} > \frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} = \frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}} > \frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$$

となる。このことは，両経済の最適性条件の全てを満たすようには出来ないことを意味する。

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} > \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}} > \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$$

であることから，まもなく経済2の資本はあり余る程になり，過剰な財・サービスが生産されるようになる。これら過剰な生産物は経済1に輸出され利用されることになる。

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} > \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}} > \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$$

であることから，このような状態は次第に増幅され，最終的には，経済2で生産される殆ど全ての消費財・サービスが経済1において消費されるようになる。こうした結果は経済2にとって好ましくないものであろう。

次に，もし経済2が上記第二の選択肢を選んだ場合には，補題4-1の証明が示すように，経済2は，その全ての最適性条件を満たすためには，その消費を $c_{2,0} = \infty$ と置かなければならない。もちろん $c_{2,0} = \infty$ と置くことは現実には不可能であるが，追従者としての経済2はその消費 $c_{2,t}$ を可能な限り大きくすることが最善の行動ということになる。この行動によって，経済2は第一の選択の場合よりも高い効用を得ることが出来る。なぜなら，経済2の消費量は，第二の選択の方が常に多いからである。結果として，経済2は可能な限り多くの財・サービスを経済1から輸入することになり，経済2の貿易赤字は

$$\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t \tau_s ds = \tau_t$$

に達するまで，つまり

$$\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t} = \frac{\dfrac{d\left(\int_0^t \tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t \tau_s ds}$$

となるまで続くことになる。経済2の経常収支赤字と累積債務は無限に増加し続ける。さらに，一般に，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} < \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}$，つまり，

$$(1-\varepsilon)\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} < \theta_1(<\theta_2)$$

であることから，それらは，生産の成長率（$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{2,t}}{y_{2,t}}$）よりも高い率で増加する。この状態においても，もし何らの攪乱・ショックも一切生じないのであれば，債務の増大は永久に続き得るかもしれない。しかし，極端に積み上がった負債の下においては，経済2は負のショックに対して極めて脆弱となってしまう。ほんの僅かな負の攪乱・ショックが生じただけでも，経済2は全ての資本を失い，もはや債務を返済することが出来なくなってしまう。この結果は，Becker（1980）が示した状態に対応するものである。なお，一方で，

$$\lim_{t\to\infty}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t\tau_s ds-\tau_t\right]=0$$

であることから，不等式（27）は保たれ，補題1-1より，経済1の横断性条件は満たされる。したがって，経済2が第二の選択肢を選んだ場合でも，経済1の全ての最適性条件は満たされる。

以上のように，もし経済1が一方的経路を選択した場合には，経済2がその最適性条件の全てを満たすようにすることは出来ない。経済1の一方的行動に対抗するための二つの選択肢のいずれを選んでも，経済2にとって好ましい結果とはならない。しかし，第一の選択より第二の選択をした方が経済2の期待効用は大きくなることから，この点を重視すれば，経済2は第二の選択肢の方を選ぶかもしれない。もしそうだとすると，経済1が経済2の最適性条件を考慮しない場合には，一般に，経済2が経済1に負う債務が消費より高い率で無限大に増加し続け，最終的には Becker（1980）が示すような状態に陥ってしまう可能性が高いであろう。

第２節　不均一危険回避度モデル

不均一危険回避度モデルにおいても，同様な結果が得られる。

補題 4-2：不均一危険回避度モデルにおいて，もし一方の経済が他方の経済の最適性条件を考慮しないで τ_t を決定した場合には，両経済がともに最適性条件の全てを満たすようにすることは出来ない。

したがって，不均一危険回避度モデルにおいても，一方的経路では，非均質性は持続可能ではない。

注意 1-2：不均一危険回避度モデルにおいて，もし経済1が経済2の最適性条件を考慮しないで行動した場合，経済1の全ての最適性条件が満たされる一方で，経済2の（経済1に対する）負債のその消費に対する比率は，無限大に発散する。

第３節　不均一生産性モデル

選好が不均一である不均一時間選好率モデルや不均一危険回避度モデルと異なり，不均一生産性モデルでは，一方的経路においても非均質性が持続可能となりうる。

補題 4-3：不均一生産性モデルにおいては，もし一方の経済が他方の経済の最適性条件を考慮しないで τ_t を決定した場合であっても，もし

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} \tag{50}$$

であれば，両経済がともに最適性条件の全てを満たすようにすることが可能である。
証明：付録8を参照のこと。

補題4-3は，選好の非均質性の場合と異なり，生産性の非均質性の場合には，一方的経路であっても両経済の全ての最適性条件が満たされる場合があることを示している。その理由は，（34）式と（35）式のいずれにおいても，成長率の極限

は等しく（36）式で示されるものになるからである。第2章第3節3で示されたように，（34）式あるいは（35）式が満たされたときのみ $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}$ が一定となりうることから，それらの場合のときのみ，経済1の全ての最適性条件が満たされる。（35）式は多角的経路に対応し，（34）式は一方的経路に対応する。したがって，（34）式が満たされるとき，一方的経路であっても，生産性の非均質性は持続可能となる。

しかし，一方的経路では，多角的経路と異なり，経常収支不均衡は一般に消費より高い率で増大し続ける。この場合，経済1はどのように τ を設定すべきであろうか。もし，経済1が（50）式で示される定常状態に達するまで，可能な限り多くの財・サービスを輸入するならば（つまり，経済1が，当初，τ を $\tau_t < 0$ かつ $\tau_t - \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t \tau_s ds < 0$ となるように設定するならば）経済1の期待効用は，$\tau_t > 0$ と設定する場合や多角的経路の場合よりも高くなるであろう。しかし，この場合，経済1が経済2に負う債務は，消費より高い伸び率で無限に増加し続けることになり，「債務の消費に対する比率」は無限大にまで上昇し続ける。もし何らの攪乱・ショックも生じないのであれば，こうした状態であっても永久に続きうるかもしれない。しかし，この状態は極めて脆弱であり，ほんの僅かな負のショックが生じただけで，経済1の負債は返済不能になってしまう。このため，一方的経路は，全ての最適性条件を満たすものの，経済1にとって必ずしも望ましい経路とは言えないであろう。したがって，経済1は，一方的経路よりも多角経路の方をより好ましい経路と考えるであろう。

注意 1-3：不均一生産性モデルにおいては，経済1が経済2の最適性条件を考慮するつもりがなかったとしても，経済1は多角的経路を選択するであろう。

したがって，生産性が非均質である場合においては，一般に，Becker（1980）が示すような状態に陥ることはないであろう。

第4章　経路選択

第1節　政治的要素

第3章第3節で示されたように，生産性が非均質である場合においては一般に多角的経路が選択されるであろうが，選好が非均質性である場合には経済1に多角的経路を選択する強い動機が存在するとは必ずしも言えない。選好の非均質性の場合，経済1にとって，最適性条件を満たすことが出来るという点で多角的経路と一方的経路は同じであるが，多角的経路における経済1の成長率は一方的経路の場合より低くなり（ただし，当初は，経済1の消費量は一方的経路における方が低い），また，多角的経路における経済1の期待効用は，一方的経路の場合よりも必ずしも高くならない。

さらに，一般に多角的経路が選択されると考えられる生産性の非均質の場合であっても，別の観点を含めて考えると，必ずしも多角的経路が選択されない可能性がある。第2章第5節で論じたように，実証研究によれば，生産性と時間選好率は負の相関をしている可能性が高い（例えば，Lawrance, 1991; Samwick, 1998; Ventura, 2003）。また，Harashima（2009b）が提示した時間選好率のモデルでは，生産性と時間選好率が負の相関を示す機序が示されている。この負の相関が存在することにより，非均質な生産性は，直接的には経路選択に影響を与えないとしても，時間選好率を通じて間接的に影響を与えることになる。

経済1が一方的経路を選択した場合，経済2は，第3章で示されたような好ましくない状態に陥ることを黙って受け入れるであろうか。経済的な観点からみると，経済2の最適な対応は，注意1-1及び2-1で示されるようなものである。つまり，経済2は，追従者として行動し，好ましくない結果を受け入れるべきであるということになる。しかし，経済面以外の要素，特に政治的な要素を考慮すると，経済2の対応はそれとは異なったものとなるであろう。最適性条件の全てを満たすようには出来ない状況に直面した場合，経済2は，非常に高い確率で経済1に対して政治的に抗議し，抵抗するのではないだろうか。重要な点は，経済2が最適性条件を満たすことが出来ない原因が，経済2自身の態度にある訳ではなく，非均質な構成員からなる社会において経済1が一方的な態度をとったことにある点である。もし非最適性が一時的なものであるならば，経済2もそれを甘受するかもしれないが，永久に続くものであるならば我慢することは出来ないのではないだろうか。補題4-1及び4-2，注意1-1及び1-2により，経済2の非最適性は永久に続く。したがって，経済2が経済1に対して政治的に強く抵抗する可能性は非常に高いと思われる。

経済1は経済2の抵抗に対して反撃するかもしれない。その場合，もし経済1がその全ての最適性条件を満たすことが出来る経路が一方的経路のみであるならば，その反撃も止むを得ないものと正当化出来るかもしれない。しかし，もし他の経路（つまり，多角的経路）においても経済1は全ての最適性条件を満たすことが出来るのであれば，経済1の反撃を正当化できるとは必ずしも言えなくなる。第3章までの考察で明らかになったように，多角的経路は存在する。したがって，経済1の反撃を正当化できるとは必ずしも言えず，さらに，経済2の抗議や抵抗を必ずしも自分勝手な不当な行為であると見做すことは出来ないであろう。こうしたことから，経済1は抗議や抵抗を行う経済2と妥協し，多角的経路を選択することに合意するかもしれない。

第2節　抵抗

経済2にとって，経済1に多角的経路を選択させて持続可能な非均質性を実現することは極めて重要な問題である。その実現のためには，(1)経済1と協議する，(2)非暴力的な抵抗を行う，(3)暴力的な抵抗を行う，その他様々な手段を用いることが必要になるであろう。

非暴力的抵抗の一つとして，貿易制限（別の表現で言えば，ボイコット）がある。これは，国内モデルでは，非暴力不服従運動等に該当するとも言える。両経済間の貿易を制限あるいは断絶すれば，経済1に打撃を与えることが出来る。なぜなら，両経済間，さらにそれぞれの経済内における分業体制の大規模な再構築が求められるからである。分業を通じて全ての労働は相互に連関していることから，その一部に断絶が生じれば，全ての生産段階の分業において大規模な再編が必要になる。その再編には費用がかかる。結果として，経済1は無視できない規模の経済的損害を被ることになるであろう。高度に発達した経済である程，精巧複雑な分業体制となっていることから，交易の断絶による再編の費用はより大きくなるであろう。また，技術の交易もなくなることから，より多くの資源を技術開発のために配分しなければならなくなるであろう。

その上，貿易の制限・断絶により，ヘクシャー=オリーンのモデルで示される貿易の利益も喪失してしまうことになるであろう。2財・2国・2生産要素モデルであるヘクシャー=オリーンのモデルでは，貿易の利益は，資源賦存が非均質であることによりもたらされる。本論文のモデルにおいては，ヘクシャー=オリーンのモデルとは異なり財・サービスは一種類と仮定していることから，ヘクシャー=オリーンの示す貿易の利益がモデルの中で明示的に現れてくる訳ではない。しかし，現実の経済では，非常に多くの種類の財・サービスが存在し，また石油や素原材料等の自然資源は不均一に賦存していることから，貿易の断絶は非常に大きな悪影響，すなわち貿易の利益の喪失をもたらすことになるであろう。

しかし，分業の再編の費用，イノヴェーションのため追加的資源配分，貿易の利益の喪失はいずれも無限大にまで大きくなるものではないであろう。したがって，貿易の断絶による経済1の被る損害の大きさには上限が存在するであろう。ある場合には，特に経済がまだ十分に発展しておらず分業も複雑なものではない経済発展段階にある場合には，貿易の断絶による損害は相対的に小さいものにとどまるかもしれない。したがって，貿易の制限・断絶（国内モデルでは，非暴力不服従運動等に該当）は，場合によっては，抵抗の手段として必ずしも十分に効果的なものとはならないかもしれない。

このため，ある場合には，さらに強い抵抗の手段として，合法・非合法の妨害，ストライキ，威嚇，さらには暴力が用いられる場合もあるかもしれない。その行き着くところとして，革命や戦争にまで至ってしまうかもしれない。こうした強硬な物理的抵抗が生じた場合には，経済1は，貿易の断絶で被る損害よりも遥かに大きく深刻な打撃を被ることになるであろう。その大き過ぎる打撃のために，もはや経済1が最適な状態を実現できなくなってしまう場合もあるかもしれない。

重要な点は，経済2の抵抗とそれに伴う経済1の損害は，持続可能な非均質性が達成されるまで何らかの形で続くことである。逆に言えば，持続可能な非均質性が実現できれば，経済2の抵抗は止み，政治的社会的不安定性のリスクと費用は著しく減少することになる。いずれにせよ，経済2の抵抗によって，経済1の一方的経路を選択しようという意欲が多かれ少なかれ削がれることは確かであろう。

第3節　経路選択モデル

第2節で示されたように，経済1がその経路を選択する際には経済2の抵抗の可能性を十分に考慮する必要がある。経済1にとって最適な状態は，「一方的経路を選択した結果得られる利益」から「経済2の抵抗の結果生じる損失」を差し引いた値が最小となる状態であろう。この経済1が最小化しようとする目的関数として，以下のような経済1の代表的家計の「政治的損失関数」が考えられる。

$$\Gamma = \int_0^\infty \exp\left(-\theta_1 t\right)\gamma\left[p(G_t)D(G_t) - \left(\bar{c}_{1,U,t} - \bar{c}_{1,M,t} - h_t\right)\right]dt$$

ここで，$\gamma(\bullet)$ は経済1の瞬時的（instantaneous）政治的損失関数（$\gamma' > 0$ and $\gamma'' < 0$），$\bar{c}_{1,U,t}$ 及び $\bar{c}_{1,M,t}$ はそれぞれ一方的経路及び多角的経路における経済1の消費量，$p\ (0 \le p \le 1)$ は経済2の抵抗の発生確率，$D\ (\ge 0)$ は経済2の抵抗による経済1の損害規模，$G_t\ (\ge 0)$ は多角的経路と現在の経路の差異，そして，h_t は p を低下させるために実施する経済1の消費量の調整幅である。$p(G_t)D(G_t)$ は，一方的経路を選択したことによる損失，一方，$\bar{c}_{1,U,t} - \bar{c}_{1,M,t}$ は，それによる利得を表している。Γ は，損失と利得を瞬時的政治的損失関数 γ で評価したものを θ_1 で割り引いて無限の将来に渡って加算したものを，制御変数 h_t で最適化することを意味している。

損害 D は，被った様々な打撃（物理的，精神的，金銭的損害等）の経済価値，機会費用，その他の合計である。さらに，$D(G_t) = \delta(\varphi_t)\bar{c}_{1,U,t}$，$\frac{d\delta(\varphi_t)}{d\varphi_t} > 0$，$\delta(0)=0$ である。ここで，$\varphi_t = \frac{G_t}{\bar{c}_{2,M,t}}$ であり，$\bar{c}_{2,M,t}$は多角的経路における経済2の消費量である。つまり，経済2が認識する差異の程度（$\varphi_t = \frac{G_t}{\bar{c}_{2,M,t}}$）が大きくなる程，経済2は抵抗を強め，一方，経済1の消費 $\bar{c}_{1,U,t}$ の規模が大きくなる程，経済1の損害の規模も大きくなる。

差異 G_t は，$G_t = g_t - \bar{g}_{M,t}$と定義される。ここで，$g_t = \int_0^t \tau_s ds$であり（つまり，経済1の経済2に対する累積債権），$\bar{g}_{M,t}$ は多角的経路における g_t である。注意1-1及び1-2で示されているように，もし経済1が一方的経路を選択した場合には，経済2の経済1に対する累積債務（$-g_t = -\int_0^t \tau_s ds$）のその消費に対する比率は無限大に発散する。つまり，差異 G_t は多角的経路からの距離を反映していると言える。

損害 $\delta(\varphi_t)$と同様に，抵抗発生確率 p は $\varphi_t = \frac{G_t}{\bar{c}_{2,M,t}}$ の関数 $p(\varphi_t)$ である。例えば，定数 $\Pi(>0)$ に対して，$p = 1 - (\varphi_t + 1)^{-\Pi}$ のような関数が想定できる。さらに，$\frac{\partial p(\varphi_t)}{\partial \varphi_t} > 0$，$p(0) = 0$，$p(\infty) = 1$ である。

最後に，制御調整量である h_t は，経済1が p を制御する道具であり，経済1の消費の流列を多角的経路により近づけるものとして使われる。つまり，$\frac{\partial p(\varphi_t)}{\partial \varphi_t} > 0$ であることから，$g_t = \int_0^t \tau_s ds$ 及び G_t が減少すれば，p は低下する。制御調整量 h_t は，経済1の以下のような行動を意味している。h_t に相当する財・サービスを消費することで，一方的経路における場合よりも資本と技術は増加しないことになる。そのため，経済1の債権 $g_t = \int_0^t \tau_s ds$（さらに，それに対応する経済2の負債 $-g_t = -\int_0^t \tau_s ds$）の増加はより緩やかになる。経済2の抵抗が存在する限り制御調整量 h_t はある正の値をとるが，その値には上限がある。すなわち，$\lim_{t\to\infty} \frac{h_t}{\bar{c}_{1,U,t} - \bar{c}_{1,M,t}} \le 1$ である。なぜなら，完全に調整が行われた場合（つまり，$\lim_{t\to\infty} \frac{h_t}{\bar{c}_{1,U,t} - \bar{c}_{1,M,t}} = 1$ の場合），その経路は多角的経路と一致するからである。経済1が p を低下させようと望むならば，h_t を増加させることになる。さらに，$\lim_{t\to\infty} \frac{dG_t}{dh_t} \le 0$ であり，$\frac{h_t}{\bar{c}_{1,U,t} - \bar{c}_{1,M,t}} \to 1$ に対して，$G_t \to 0$ となる。

以上のような h_t の性質は，差異 $G_t = g_t - \bar{g}_{M,t}$ が h_t の連続な単調減少関数であり $p[G_t(h_t)] = p(h_t)$ 及び $\delta[G_t(h_t)] = \delta(h_t)$ であることを示している。ここで，これらの関数を

$$p = p\left(\frac{h_t}{\bar{c}_{2,M,t}}\right) = p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right) \tag{51}$$

及び

$$\delta = \delta\left(\frac{h_t}{\bar{c}_{2,M,t}}\right) = \delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right) \tag{52}$$

のように特定化する。(51)，(52) 式において，$\varphi_t = \dfrac{G_t}{\bar{c}_{2,M,t}}$ と同様に，h_t は $\bar{c}_{2,M,t}$ によって標準化されている。その理由は，経済2が，差異の程度（$\varphi_t = \dfrac{G_t}{\bar{c}_{2,M,t}}$）の認識を通じて得られる $\bar{c}_{2,M,t}$ からの乖離に対する必要な調整の程度（$\dfrac{h_t}{\bar{c}_{2,M,t}}$）の情報に基づいて，抵抗を始動させその強さを決めるからである。加えて，$\lim_{t\to\infty}\dfrac{dG_t}{dh_t} \le 0$ であること，及び，$\dfrac{h_t}{\bar{c}_{1,U,t} - \bar{c}_{1,M,t}} \to 1$ に対して $G_t \to 0$ であることから，上記二つの関数（[51] 式及び [52] 式）は，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{dp\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}} < 0 \text{ and } \lim_{t\to\infty}\frac{d\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}} < 0 \tag{53}$$

$$\lim_{t\to\infty} p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right) = 0 \text{ and } \lim_{t\to\infty}\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right) = 0 \iff \lim_{t\to\infty}\frac{h_t}{\bar{c}_{1,U,t} - \bar{c}_{1,M,t}} = 1 \tag{54}$$

という性質を持つ。性質 (54) は，抵抗が開始される基準点を示すもので，持続可能な非均質性を実現しえるかどうかが抵抗開始の基準となるという考え方を反映したものである。もし持続可能な非均質性が実現されているならば抵抗は生じないが，もしそれが実現されていない，あるいは，破壊される場合には抵抗が生じることになる。持続可能な非均質性が実現されなければ経済2の最適性条件の全てを満たすようには出来ないことから，こうした抵抗開始の基準の考え方は妥当なものと言えるであろう。

以上を総合すると，経路選択のモデルは以下のようなものとなる。経済1の代表的家計は，以下の期待純政治的損失

$$E(\Gamma) = E\int_0^\infty \exp(-\theta_1 t)\gamma\left[p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)\bar{c}_{1,U,t} - \left(\bar{c}_{1,U,t} - \bar{c}_{1,M,t} - h_t\right)\right]dt$$

を最小化するように行動する。

なお，政治的損失関数は，社会的厚生関数とは全く異なるものである。政治的損失関数は，経済1の持つ選好の順位を示すものであり，その属する社会（経済1と経済2の家計を合わせた存在）が全体として持つ選好の順位を示すものではない。経済1が多角的経路を選択するかどうかは，社会が判断するのではなく，経済1が判断する。その判断に際して，多角的経路が社会全体にとって最適であるかどうかということとは関係がない。経済1の経路は，政治的損失関数に基づき，経済1にとって最適であるかどうかという観点から選択される。

第４節　経済1の最適経路選択

経済1の最適性条件は，いかなる t に対しても $\dfrac{d\Gamma}{dh_t} = 0$ であることである。すなわち，経済1は，いかなる t に対しても，

$$p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)\frac{d\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}} + \delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)\frac{dp\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}} = -\frac{\bar{c}_{2,M,t}}{\bar{c}_{1,U,t}} \tag{55}$$

を満たすように h_t を設定する必要がある。h_t の流列は，$p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)$ と $\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)$ の関数形に依存する。ただし，(55) 式より，

$$\lim_{t\to\infty}\left[p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)\frac{d\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}}+\delta\left(h_{\bar{c}_{1,U,t},t}\right)\frac{dp\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}}\right]=-\lim_{t\to\infty}\frac{\bar{c}_{2,M,t}}{\bar{c}_{1,U,t}}=0 \tag{56}$$

である。なぜなら，$\bar{c}_{2,M,t}$より $\bar{c}_{1,U,t}$ の方が速く増加するからである。このことから，以下の命題4が示すように，経済1の経路は多角的経路に収斂していくことになる。

命題4：最適性条件（[55] 式）を満たす経路上では，$\lim_{t\to\infty}\frac{h_t}{\bar{c}_{1,U,t}-\bar{c}_{1,M,t}}=1$ である。

証明：(56) 式及び性質（53）により，(55) 式を満たす経路上では，$\lim_{t\to\infty}p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)=\lim_{t\to\infty}\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)=0$ である。したがって，性質（54）より，$\lim_{t\to\infty}\frac{h_t}{\bar{c}_{1,U,t}-\bar{c}_{1,M,t}}=1$ である。■

命題4は，多角的経路を選択しない限り政治的紛争が生起する確率がゼロにはならないことから，経済1の経路は最終的には多角的経路へと収斂していくことを示している。つまり，持続可能な非均質性は常に自然に実現されることになる。実際に，現在の主要先進国において，Becker（1980）が示したような極端な状態は観察されておらず，これらの諸国では多角的経路が実際に選択されているように思われる。

しかし，命題4は，性質（53）及び（55）に依存している。つまり，持続可能な非均質性からごく僅かに乖離しただけでも抵抗が生起されることを前提としている。もし，性質（53）及び（55）が，「仮に $\lim_{t\to\infty}\frac{h_t}{\bar{c}_{1,U,t}-\bar{c}_{1,M,t}}<1$ であっても，$p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)=0$，$\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)=0$，$\frac{dp\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}}=0$ 及び $\frac{d\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}}=0$ となる」と置き換えられるなら，必ずしも常に自然に多角的経路が選択されるという訳ではなくなる。例えば，もし $h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\geq\bar{h}_{\bar{c}_{2,M,t},t,p}$ ならば，$p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)=0$ かつ $\frac{dp\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}}=0$，そして，もし $h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\leq\bar{h}_{\bar{c}_{2,M,t},t,\delta}$ ならば $\frac{d\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)}{dh_{\bar{c}_{2,M,t},t}}=0$ という場合が考えられる。ここで，$\bar{h}_{\bar{c}_{2,M,t},t,p}$ 及び $\bar{h}_{\bar{c}_{2,M,t},t,\delta}$ は定数で，$\bar{h}_{\bar{c}_{2,M,t},t,p}<\bar{h}_{\bar{c}_{2,M,t},t,\delta}$ である。この場合においては，経路が十分に調整されなくても，すなわち，$h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\geq\bar{h}_{\bar{c}_{2,M,t},t,p}$ であっても，経済2はその非最適性を我慢して抵抗しようとしない。さらに，この場合においては，経済2の抵抗の効果に上限 $\delta\left(\bar{h}_{\bar{c}_{2,M,t},t,\delta}\right)$ が存在する。こうした上限が存在しうる要因としては，経済2の政治的な力が弱いことや，経済1が政治的に経済2の抵抗を十分に抑えることが可能であること等が考えられる。こうし場合には，経済1は，たとえ一方的に行動したとしても，h_t を $\bar{h}_{\bar{c}_{2,M,t},t,p}$ に設定することで，(56) 式を満たすことが出来る。上記の例が示すことは，多角的経路が選択されない可能性がない訳ではないことである。

注意2：もし経済2が経済1の一方的行動に抵抗することを躊躇する場合，もし経済2の政治的抵抗力に限界がある場合，あるいは，もし経済1が経済2の抵抗を政治的に抑えることが可能な場合には，必ずしも経済1が多角的均斉成長経路を選択するとは限らない。

第5章　持続可能な非均質性の実現に向けて

経済1が多角的経路を選択し，持続可能な非均質性が実現されたとしても，それは経済1が期待純政治的損失を最小化しようと行動した結果であって，持続可能な非均質性が社会的に最適なものと判断されたからではない。そもそも，持続可能な非均質性が社会的に最適な状態であるかどうかは，社会的に最適な状態とはどういう状態を示すのか定義されない限り明言できない。

しかし，一方で，持続可能性という概念には何らかの規範的な意味合いが含まれることも確かであろう。そして，おそ

らく，持続可能な非均質性，すなわち，全ての非均質な人々の全ての最適性条件が永久に満たされるという状態は社会的に望ましい状態であるということに多くの人は同意するであろう。もしある社会に住む多くの人々が持続可能な非均質性を社会的全体にとって望ましい状態として認識するならば，その社会においては，持続可能な非均質性の実現とその維持に努めることは社会的な正義であると一般に認識されるようになるかもしれない。

第１節　持続可能な非均質性の脆弱性

持続可能な非均質性を実現することは，実際には必ずしもそれ程簡単なことではない。大きな問題の一つは，抵抗の指標に関する「先物市場」がないことである。この市場がないため，抵抗発生確率 p と損害 δ に関する情報が，経済1に十分かつ正確に伝わらない。この情報の不完全性の結果，p と δ に関する評価が経済1と2で異なったものとなり，経済1が経済2の対応を不正確に推測してしまい，結果として誤って一方的行動をしてしまうかもしれない。さらに，情報の不完全性のために経済1の p と δ に関する評価が偏ったものとなる結果，経済1の対応に関して経済2が得る情報も偏ったものとなってしまう。また，情報の不完全の結果として，経済1が多角的経路を選択しているにも係らず経済2が激しく抵抗してしまうことが起きるかもしれない。この問題は市場では解決できないため，情報の不完全性に起因する持続可能な非均質性の脆弱性は市場の失敗の一種と考えることが出来るかもしれない。したがって，持続可能な非均質性を確実なものとするためには，なんらかの人為的な介入が求められることになる。

加えて，注意2が示すように，経済2が抵抗に躊躇あるいはその抵抗力が欠如する場合，そして経済1が経済2の抵抗を政治的に抑え込む力が大きい場合，多角的経路は必ずしも選択されない。経済2が抵抗を躊躇する理由としては，抵抗の結果経済2自身も大きく傷つく可能性を指摘できる。ある場合には，抵抗によって経済1よりも経済2の方がより大きく傷つくかもしれない。このリスクを考慮すると，仮に経済1の多角的経路からの逸脱が僅かなものであった場合には，経済2は抵抗を躊躇するかもしれない。本論文では，単純化のために，経済2の政治的損失関数は明示的にはモデルに組み込まれておらず，それは経済1の政治的損失関数の中で $p\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)$ と $\delta\left(h_{\bar{c}_{2,M,t},t}\right)$ によって代表される形となっている。しかし，現実には，$h_{\bar{c}_{2,M,t},t}$ と $h_{\bar{c}_{2,M,t},t}$ だけでなく，その他の様々な政治的，社会的要因が p と δ に影響を与えているであろう。

ある政治的，社会的状況下においては（例えば，独裁体制下においては），抵抗は専ら経済2に打撃を与えるだけとなるかもしれない。この場合，事実上，経済2が抵抗することは不可能であろう。民主主義国家においては，経済2が抵抗することにより被るコストは，非民主主義国におけるより遥かに少ないものになると思われる。しかし，経済2は，民主主義国家においても，小さいかもしれないが多くの政治的，社会的な障害に直面することになると思われる。例えば，間接民主主義の下では，少数派の声が届かない可能性がある。つまり，投票を通じて十分に抵抗することが出来ない可能性がある。また，地方の小さな地域では，政治的な抵抗に対する心理的な壁が存在するかもしれない。もし，こうした政治的，社会的障害が存在するならば，政府が積極的に介入することによって，こうした障害の影響を小さくする必要があるかもしれない。

第２節　不利な立場にある諸経済の団結・連合による対抗

持続可能な非均質性の持つ脆弱性は，相対的に不利な立場にある経済（以下，「不利な経済」という）にとっては重大な問題となる。この脆弱性に対して不利な経済が対抗する重要な手段が，複数の不利な経済が一つの連合体を形成することである。相対的に有利な立場にある経済（以下，「有利な経済」という）以外の諸経済が，それら諸経済間における多角的経路を共通して選択することによって団結・連合したとすると，不利な諸経済の有利な経済に対する抵抗力は飛躍的に強まることとなろう。不利な諸経済が団結・連合しない場合には，有利な経済の一方的行動に対する抵抗力は分断され，個々に分散されてしまうが，不利な諸経済が団結・連合した場合には，有利な経済への抵抗力は全体として増大するであろう。このため，もし十分な数の不利な諸経済が団結・連合したとすると，有利な経済はより高い確率で多角的経路を選択することになるであろう。この可能性を，第2章第6節4で示された「多数の経済からなるモデル」を念頭に以下で考察することとする。

団結・連合を維持するためには，連合内のいかなる経済も，仮に連合内においては相対的に有利な立場となる経済であっても，必ず連合内において多角的経路を選択するという強い意思を明示的に示す必要があろう。つまり，有利な経済に対して多角的経路を選択するよう要求するためには，不利な諸経済は，いかなる場合（例え連合内においては相対的に有利な立場となる場合）であっても必ず多角的経路を選択するという決意を示す必要がある。そうでなければ，不利な諸経

済は，有利な経済によって分断されてしまい，結果としてその一方的行動に屈してしまうことになってしまう可能性が高まるからである。さらに，連合内において，ある経済の立場が相対的により有利であればある程，その経済は連合内の他の経済に対してより一層配慮して行動する必要がある。つまり，団結・連合を維持するためには，連合の中でより有利であればある程，その資本蓄積をより一層抑制する必要がある。

連合の形成は，別の点を通じても持続可能な非均質性の脆弱性を緩和することが出来る。連合が存在することで，相対的に有利な立場にある経済は p と δ に関するより正確な情報を得ることが出来るであろう。なぜなら，分散して存在する多くの小さな不利な経済のバラバラな行動よりも，団結・連合した不利な経済の一体的な行動の方が，有利な経済にとってはより正確に認識しやすいものであると考えられるからである。より正確な情報が得られる結果，持続可能な非均質性が実現する可能性が高まるであろう。

なお，不利な経済と同様に，類似する選好を持つ有利な諸経済が団結・連合し，不利な諸経済の連合に対抗することが考えられる。その結果として，非均質性の持続可能性を巡って，諸経済は大きく2つの連合（不利な諸経済の連合と有利な諸経済の連合）に分かれて闘争することになるかもしれない。この闘争は，労働者と資本家の間の階級闘争として認識されることもあるかもしれない。

第３節　政府の介入

不利な諸経済が連合することによって持続可能な非均質性の脆弱性はかなり縮減できるであろうが，完全に除去することまで可能かどうかは分からない。例えば，連合の形成によっても有利な経済への抵抗力が十分に強まらないかもしれない。あるいは，脆弱性の主たる原因が，不利な経済の抵抗力が弱い点にあるのではなく，情報の不完全性の存在にあるのかもしれない。脆弱性を完全に除去できないとすれば，持続可能な非均質性を実現するために政府が介入することが正当化されることになる。この点に関しては，例えば，Sorger（2002）によると，累進所得税が課される，あるいは，もし家計がほぼ同質でナッシュ均衡を巡って戦略的に行動するならば，Becker（1980）が示すような状態には陥らない。なお，Ghiglino（2002）によると，Sorger（2002）の後者の場合は，国際貿易モデルにおける各国間の関係としても解釈できる。

１　課税及び所得移転

政府が家計に代わって資源配分を行うことによって，部分的にではあるが脆弱性の問題を解消することが出来る。第3章で示したように，経済1が一方的経路を選択した場合には，経済1は多角的経路の場合よりも多くの資本を蓄積する。この場合，もし，経済1の所得に対し，あるいは，経済1が過大に蓄積した資本に対し直接的に課税するならば，資源配分は変更され，経済1の過大な資本蓄積を抑制することが出来る。この強制的な資本蓄積抑制により，一方的に行動することによる経済1の利益は減少する。このため，経済1の一方的経路を選択しようという意欲は減退するだろう。このように，課税をすることにより不完全な情報の問題を緩和させることが可能であり，その結果，経済1の一方的経路への意欲が減退し，多角的経路の選択がより確実なものとなるであろう。その上さらに，もし経済1から得た税収を経済2に所得移転するならば，経済2は $\left|g_t\right| = \left|\int_0^t \tau_s ds\right|$ と $G_t = g_t - \overline{g}_{M,t}$ を減らすことが出来る。つまり，この所得移転によって，政府の介入の効果は倍増することになる。

しかし，このような課税を行うためには実務上の問題が存在する。それは，課税を行うためには，まず経済1に属する家計であることを特定する必要があるという点である。国際解釈に基づく国際モデルにおいては，この特定は問題とはならないが，国内解釈に基づく国内モデルにおいては，大きな問題となる。なぜなら，国内モデルでは各経済に属する家計が国内で混ざり合って散在しているため，ある家計が経済1に属するかどうか，その識別が困難であるからである。しかし，非均質性が不均一な生産性のみである場合には，ある家計がどの経済に属するかを，家計所得の相違によって容易に識別できると考えられる。さらに，第2章第5節で論じたように生産性は時間選好率と負の相関をしている可能性が高いことから，時間選好率も不均一である場合であっても，家計所得の相違に基づいて，時間選好率が相違する家計をも識別することも出来るであろう。つまり，家計間の時間選好率の相違をその所得の相違から類推できる。したがって，所得税を累進構造にすれば，時間選好率が低い経済1に属する家計の所得に選択的に重い課税を行うことが出来ることになる。同様に，累進構造を持つ相続税も，時間選好率が低い経済1に属する家計の資本蓄積を選択的に抑制するであろうから，この政策目的のために有効であろう。

2　積極的格差是正措置（Affirmative action）

積極的格差是正措置は，課税や所得移転とは異なり，直接的に諸経済の行動を変更させることを目指している。もし，政府の介入によって，経済1における生産機会が直接的に抑制され，一方，経済2における生産機会が直接的に増加させられるならば，経済1の生産は減少し，経済2の生産は増加するであろう。こうした場合にどのようなことが起こるのかを，これまでと同様に二経済モデルで考えることとする。さて，生産性の異なる2つの経済があり，かつ，生産性は時間選好率と逆相関しているとする。さらに，積極的格差是正措置により，ω_1，ω_2，θ_1，θ_2 は，それぞれ，$\widetilde{\omega}_1(<\omega_1)$，$\widetilde{\omega}_2(>\omega_2)$，$\widetilde{\theta}_1(>\theta_1)$，$\widetilde{\theta}_2(<\theta_2)$ と変更されるとする。(49) 式より，一方的経路における経済1の成長率は，

$$\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \varepsilon_1^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha} - \theta_1\right\}$$

となる。したがって，もし

$$\left[\frac{(\widetilde{\omega}_1+\widetilde{\omega}_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha} - \widetilde{\theta}_1 < \left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha} - \theta_1$$

特に，もし

$$\omega_1+\omega_2 > \widetilde{\omega}_1+\widetilde{\omega}_2$$

であれば，一方的経路における経済1の成長率は低下する。このことは，一方的行動を行うことによる経済1の利益は減り，経済1への一方的行動への誘因が弱まることを意味する。結果として，経済1が一方的経路を選択する確率は低下することになる。さらに言えば，政府が積極的格差是正措置を採ることは，政府が多角的経路を実現させるという強い意志を持っていることを広く知らしめるという効果も持つであろう。

しかし，積極的格差是正措置は，一般に諸経済を合わせた全体としての経済の生産性を低下させることになる。なぜなら $\omega_1+\omega_2 > \widetilde{\omega}_1+\widetilde{\omega}_2$ となるからである。したがって，(42) 式より，多角的経路における成長率も低下する。この意味で，積極的格差是正措置は，持続可能な非均質性を実現する手段としては，課税及び所得移転の場合よりも，その是非に関して様々な賛否の意見が交錯する可能性がある。

第4節　自発的寄付

もし経済1が経済2へ自発的に寄付を行うならば，それは課税等と同様に持続可能性の脆弱性の緩和に有効であろう。一方的経路においては多角的経路よりも速い速度で経済1の資本が蓄積されるが，経済1は自発的に寄付を行うことによってこの過大な資本蓄積を削減することが出来る。寄付だけでは十分な削減が出来ないとしても，過大な資本の蓄積を避ける意向を持っていることを明示的に示すことが出来る。寄付のような明示的な行動によって，経済1は，自身が多角的経路を選択しているということを広く告知することが出来る。このことによって，情報はより完全なものとなり，持続可能な非均質性の実現はより確実なものとなるだろう。

自発的な寄付は利他行為の一種であると考えられる。利他行為に関しては，これまでも，それは実は合理的な行為であるということが様々な観点から指摘されてきた（例えば，Becker, 1977; Bénabou and Tirole, 2006）。本論文のモデルは，利他行為の合理性を新たな観点から示すものと言える。つまり，自発的な寄付は，情報の不完全性を解消し持続可能な非均質性の実現をより確実なものとするという観点から，合理的な行動であると言える。

国際解釈に基づく国際モデルにおいては，自発的な寄付は，発展途上国に対する国際援助やそれらの国の債務の減免に相当する。なお，もし，こうした措置が国際機関（国連，世界銀行，IMF等）によって行われたならば，それは世界経済全体の持続可能性を高めるための政策当局による介入と解釈することが出来る。

第５節　不平等

１　必然的な不平等

第2章で示されたように，持続可能な非均質性は必然的に非均質な経済・家計間の消費の不平等を伴うことになる。例えば，生産性が不均一な場合，低い生産性の経済・家計は，高い生産性の経済・経済と比較して，相対的に低い消費水準が永久に続くことになる。しかし，持続可能性の観点からみると，この不平等はやむを得ないものであり，その意味でこの不平等は正当化されることになる。このことは，持続可能性の観点からは，唯一のある意味「最適」な不平等度が存在することを意味する。ただし，重要な点は，この不平等の程度は，持続可能な非均質性が維持される限り高まることはなく，永久に一定の水準に留まる点である。

唯一の最適な不平等度が存在することは，政府の介入には限度があることを意味する。政府の介入は，持続可能な非均質性が実現する状態にするまでは行う必要があるが，所得や資産の分布が完全に均一となる状態になるまで行う必要はない。経済2の状態を持続可能な非均質性の水準以上により優遇されるものにするまで行う介入は，持続可能性にとっては逆に有害である。なぜなら，仮にそのような介入を行えば，諸経済・家計の全ての最適性条件が満たされる状態とはならなくなってしまうからである。さらに，モラル・ハザードの問題も悪化してしまうであろう。持続可能性実現のための政府の介入は，不平等を根絶することを目的とするものではない。行き過ぎた平等は，行き過ぎた不平等と同様に，持続可能性の観点からは望ましくない。

２　幸福

持続可能な非均質性において消費の不平等が存在することは，必ずしもより不利な立場にある家計が不幸であることを意味するとは限らない。なぜなら，こうした不平等が存在するとしても，全ての非均質な家計の全ての最適性条件が永久に満たされるからである。仮により不利な立場にあったとしても，自己の生来の選好に背くことを強いられることなく，永久に自然体で生活し続けることができ，さらに，永久により有利な立場にある人々に経済的に支配されることもない。このため，たとえ消費量が相対的に少ないとしても，十分に幸福だと感じられるかもしれない。このことから，持続可能な非均質性は，最適性を永久に無理なく満たしうるという意味での「幸福」に関して，全ての非均質な人々の間における平等を実現するものであると言えるかもしれない。

３　不平等と経済成長

生産性が不均一な場合の消費の不平等に関し，経済成長との関連の観点からさらに考察してみることとする。生産性が不均一であるだけではなく，生産性が時間選好率と逆相関している場合を取り上げ，$\omega_1 > \omega_2$ かつ $\theta_1 < \theta_2$ である二経済モデルに基づいて考察することとする。第2章第5節で示されたように，多角的経路においては，経済1と2の消費は同一の増加率で増加するが，$\omega_1 > \omega_2$ であることから，経済1の消費の方が経済2より高い。しかし，$\theta_1 < \theta_2$ であることから，経済1の貿易黒字は永久に続き，経済1で生産される財・サービスの一部は経済2によって消費され続ける。つまり，この両経済間の貿易不均衡によって不平等の程度は緩和されることになる。一方，一方的経路においては，経済成長率は多角的経路より高く，また，経済1の消費は経済2より高い。$\theta_1 < \theta_2$ であることから，経済2が経済1に負う債務は無限に増加し，ごく小さな負の攪乱が生じるだけで経済2に存在する全ての資本を経済1が所有することになる。このように，多角的経路では一方的経路と比較して経済成長率は低くなるものの，不平等の程度は低いものとなることが分かる。このことは，不平等と経済成長の間には正の相関関係にあることを示唆する。

しかし，この両者の間の相関関係はそれ程単純なものではない。多角的経路における経済成長率は，(42) 式より，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\,\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}-\frac{\theta_1\omega_1+\theta_2\omega_2}{\omega_1+\omega_2}\right\}$$

であり，その値は，$\omega_1+\omega_2$ と $\dfrac{\theta_1\omega_1+\theta_2\omega_2}{\omega_1+\omega_2}$ の値の相違によって決まってくる。一方で，不平等の程度は，ω_1 と ω_2 の相違と θ_1 と θ_2 の相違の間の相対的な大小によって決まってくる。成長率を決める値の相違と不平等度を決める値の大小関係には様々な組み合わせがありえることから，不平等と経済成長の間の相関関係も，本質的に正負の様々な関係を持ち得ることになる。「はじめに」で論じたように，この相関関係に関して，実証的には明確な結論が得られていない（例えば，

Alesina und Rodrik, 1994; Persson und Tabellini, 1994; Clarke, 1995; Deininger and Squire, 1998; Forbes, 2000; Barro, 2000; Voitchovsky, 2005）。このような不明確な結論しか得られない理由として，上記のようにこの相関関係には本質的な不確定性が存在することがあるのかもしれない。

ただし，もし，一般に多くの国で，ω_1 と ω_2 の相違と θ_1 と θ_2 の相違の違いは相対的に小さいものの，$\omega_1 + \omega_2$ の値が大きい一方で $\dfrac{\theta_1\omega_1 + \theta_2\omega_2}{\omega_1 + \omega_2}$ の値は小さいという傾向が存在するならば，先進国と途上国の両者を含む多数の国の横断面（クロスセクション）データで見た場合，20世紀までのデータに基づけば，不平等と経済成長の間には負の相関が計測されることになるかもしれない。一般に先進国は途上国より均質的で生産性が高いと考えられるが，20世紀までは，このように相対的に不平等度の低い先進国の方が途上国より早く成長する傾向があったからである。こうした負の相関は，Persson and Tabellini (1994)，Alesina and Rodrik (1994)，Clarke (1995)，Deininger and Squire (1998) 等によって報告されている。しかし，この説明を説得力あるものとするためには，なぜ相対的に生産性が高い家計はより均質的なのか，その理由を示さなければならない。その一つの理由として，ω_1 と ω_2 には上限があり，その分布は正規分布では表せないという性質がある可能性も考えられる。

一方，本論文のモデルに基づくと，特定の国，特に先進国の時系列データを使用すると，不平等と経済成長に正の相関が計測される可能性があることを指摘できる。もし，経済的な規制緩和が，高い経済成長を実現するために政府が部分的に一方的行動を許容したことを意味するならば，この規制緩和によって不平等度と成長率のいずれもが少なくとも一時的には高まる可能性が高いであろう。ここ数十年間にわたって，多くの先進工業国では経済的な規制緩和を続けてきた。したがって，近年の先進工業国の時系列データを用いれば，正の相関が計測されるかもしれない。実際に，こうした計測結果が，Forbes (2000)，Barro (2000)，Voitchovsky (2005) によって報告されている。

結 論

本論文では，効率性及び持続可能性の観点から，非均質な構成員からなる経済における社会的厚生について考察してきた。Becker (1980) が示したように，時間選好率が不均一である場合，最も時間選好率が低い家計が全ての資本を所有するようになり，著しい不平等が生じる。この状態はパレート効率であるが，相対的に時間選好率の高い家計はその最適性を実現することが出来ない。本論文の内生的経済成長モデルに基づくと，全ての非均質な家計の全ての最適性条件を永久に満たすことが出来る均斉成長経路が存在する。そして，この経路において非均質性は持続可能である。しかし，持続可能な非均質性は社会的・政治的には脆弱であり，必ずしも自然に実現されるものではない。なぜなら，持続可能ではない一方的経路も存在するからである。一方的経路の存在によって，政治的な抗争が生じる可能性が生じる。より有利な立場にある経済（家計）は，多角的及び一方的経路のいずれにおいても最適性を満たしうる。しかし，より不利な立場にある経済（家計）は，多角的経路においてでしか最適性を満たしえない。本論文では，政治的損失関数を用いて経路選択をモデル化した。このモデルに基づくと，もし，より不利な立場にある経済（家計）が団結・連合すれば，また，政府が累進課税，所得移転，積極的格差是正措置等の政策を採れば，高い確率で多角的経路が選ばれ持続可能な非均質性が実現される。自発的な寄付も同様に有効である。

唯一の多角的な均斉成長経路が存在することが，持続可能な非均質性の本質をなす点である。しかし，これまで，多角的経路が存在することの重要性が認識されることは殆どなかった。なぜなら，従来の殆どの社会的厚生に関する研究においては，選好の非均質性には焦点が当てられてこなかったからである。こうしたことから，この経路に関してさらに深く研究することにより，社会的厚生の分野における諸問題を新しい視点から改めて考察すし直すことが出来るのではないかと思われる。

持続可能な非均質性には，いくつかの重要な論点が含まれている。まず，家計が非均質な場合には，全ての家計がその全ての最適性条件を永久に満たす状態は市場を通じて自然に実現されるとは必ずしも言えないことが挙げられる。第4章及び第5章で示されたように，市場だけでなく政治的な要素も加わってくる。そのため，持続可能性を実現するために，政府が経済に介入する必要性が生じる。近年，特に2008年のリーマン・ショックを引き金とする世界同時不況の時期，いわゆる「市場原理主義」への批判が強まった（例えば，Gray, 1998, Stiglitz, 2002, 2009, Soros, 2008）。これらの批判の多くは雑誌記事的，感情的なものであり，特段の理論的な基礎に基づくものではなかったが，もし市場原理主義が一方的行動を推奨する主義・主張を意味するのであれば，持続可能な非均質性の観点からみると，こうした批判の精神自体は支

持できるかもしれない。なぜなら，不利な経済（家計）が一方的経路においてその最適性を満たしえない責任は，不利な経済（家計）自身にある訳ではないからである。その非最適性は，非均質的な構成員からなる経済において，もっぱら有利な経済（家計）が一方的に行動したために生じたものである。

また，持続可能な非均質性は，人間が自己犠牲や利他的行動を行う理由の一つを説明するものでもある。有利な経済（家計）が多角的経路を選択することは，自己の経済的な利益の一部放棄，さらに言えば敵対する人への経済的利益の供与を意味するかもしれない。なぜなら，有利な経済（家計）は，不利な経済（家計）のために，より低い経済成長を甘受しなければならないからである。さらに，より有利であるほど，より多く譲ることが必要である。しかし，この行動は，不利な経済（家計）だけに一方的に利益を与えるものではない。不利な経済に経済的な利益を与えると同時に，有利な経済（家計）に対しは政治的な利益を与えるものとなっている。この意味で，この利他的な行動には一定の合理性があることになる（Trivers, 1971，Becker, 1977，Bénabou and Tirole, 2006，Nowak, 2006 も参照のこと）。合理的な自己犠牲や利他的行動により実現される持続可能な非均質性によって，政治的な闘争が起きる可能性は最小化され，全ての非均質な家計の全ての最適性条件が永久に満たされる政治的，経済的に調和のとれた社会が実現されることになる。

持続可能な非均質性は，グローバリゼーションに対しても重要な示唆を与えるものである。グローバリゼーションは，経済的観点からは一般に好ましいものと主張されてきたが，政治的な観点からは論争の的となってきた。特にそれが不平等に与える影響に関して激しい論争が行われてきた（例えば，Klein, 2000，Stiglitz, 2002)。本論文のモデルに基づくと，もし構成員が均質であれば，グローバリゼーションは好ましいものと言えるかもしれないが，もし構成員が非均質であれば，それは必ずしも常に好ましいものとは言えなくなる。持続可能な非均質性が実現され維持されない限り，政治的な抗議や抵抗が起きるであろう。したがって，グローバリゼーションは，持続可能な非均質性と整合的な形で進められる必要があるであろう。そのためには，全ての経済が多角的に行動する必要があり，また，持続可能性の脆弱性を緩和する様々な措置（例えば，途上国への援助やその債務の減免等）を実施する必要があろう。

持続可能な非均質性においては，必然的に消費水準の不平等が生じる。唯一の持続可能な不平等水準が存在する。政府の介入は，非均質な経済（家計）の持続可能性を達成するところまでは必要であるが，所得や資産を完全に平等にするところまで行う必要はない。もし介入が行き過ぎたものであるならば，いずれかの経済（家計）の最適性は満たされなくなり，また，モラル・ハザードの問題も悪化するであろう。しかし，重要な点は，たとえ不利な経済（家計）の消費が相対的に低いものとなって，それはその経済（家計）が不幸であることを必ずしも意味しないことである。なぜなら，その全ての最適性条件が永久に満たされるからである。したがって，自己の生来の選好に背く必要なく永久に自然体で生活し続けることができ，かつ，より有利な立場にある人々に経済的に支配されることも永久にない。この意味で，第5章第5節で述べたように，持続可能な非均質性は，非均質な経済（家計）の間における「幸福」の平等を実現すると言えるであろう。

持続可能な非均質性の概念は，社会的厚生の測度として，GDPの概念を補足するものとして使えるかもしれない。なぜなら，社会的厚生を効率性と持続可能性の両面から評価することが出来るようになるからである。GDPに関しては，それを社会的厚生の測度として用いようという考え方に対し，GDPは必ずしも人々の幸福感を十分に反映していないという批判が常になされてきた（例えば，Sen, 1976，Arrow et al., 1995)。実際，一方的経路においては，多角的経路の場合よりも，経済効率性はより速く高まりGDPはより高い伸び率で増加するが，不利な経済（家計）は最適性条件を満たすことが出来ない。このような状態では，たとえ一人当たりGDPがより高い水準になったとしても，多くの人が不幸だと感じるかもしれない。もしGDPの作成方法が変更され，持続可能な非均質性をも考慮に入れたGDPに修正されるか，あるいは，もしGDPと持続可能な非均質性を合体させたような新たな指標が開発されたならば，それらの指標は，非均質な構成員からなる経済における人々の幸福の程度をより正確に測る測度となるかもしれない。

経済的不平等に係る多くの現象が不均一な生産性に起因することは確かであろう（例えば，Prescott, 1998; Hall and Jones, 1999)。一方で，生産性は時間選好率と負の相関をしている可能性も非常に高い。経済的不平等が不均一な生産性や時間選好率によって生じるならば，本論文で示された持続可能な非均質性を実現するための方策は，経済的不平等によって生じる多くの問題の解決に資することになるかもしれない。さらに言えば，多くの政治的紛争は経済的問題にその根を持つと思われることから，持続可能性の概念やその実現方策は，そうした多くの政治的紛争の解決に当たっても重要な役割を果たすことが出来るかもしれない。

付 録

1．補題1-1の証明

(12) 式より，

$$\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} = \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} + \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{1,t}} - \frac{\tau_t + c_{1,t}}{k_{1,t}}$$

である。一方，(11) 式より，

$$\frac{\dot{\lambda}_{1,t}}{\lambda_{1,t}} = -\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} + \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\int_0^t \tau_s ds}{\partial k_{1,t}} - \frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}\right]$$

である。ここで，

$$\lim_{t\to\infty}\left(\frac{\dot{\lambda}_{1,t}}{\lambda_{1,t}} + \frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}\right) = -\lim_{t\to\infty}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} + \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\int_0^t \tau_s ds}{\partial k_{1,t}} - \frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}\right]$$

$$+\lim_{t\to\infty}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} + \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{1,t}} - \frac{\tau_t + c_{1,t}}{k_{1,t}}\right]$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left\{\left(\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}} - \frac{\tau_t}{k_{1,t}}\right) - \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\left[\frac{\partial\left(\int_0^t \tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}} - \frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{1,t}}\right] - \frac{c_{1,t}}{k_{1,t}}\right\}$$

である。したがって，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{1,t}}{\lambda_{1,t}} < -1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}_{2,t}}{\lambda_{2,t}} < -1$，$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} < -1$，あるいは $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}} < -1$ でない限り，もし (27) 式が成立する場合には $\lim_{t\to\infty}\left(\frac{\dot{\lambda}_{1,t}}{\lambda_{1,t}} + \frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}\right) < 0$ となり，もし (28) 式が成立する場合には $\lim_{t\to\infty}\left(\frac{\dot{\lambda}_{2,t}}{\lambda_{2,t}} + \frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}\right) < 0$ となる。 ■

2．補題2-1の証明

(12) 及び (16) 式より，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} = \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} + \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{1,t}} - \lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t + c_{1,t}}{k_{1,t}}$$

及び

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}} = \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{2,t}} + \lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t - c_{2,t}}{k_{2,t}}$$

である。さらに，(6) 及び (7) 式より，

$$c_{1,t} - c_{2,t} = 2\left(\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t\right) = 2\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t\right]$$

である。なぜなら，$i=1,2$ に対して，$\dfrac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}=\dfrac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}$，$k_{1,t}=k_{2,t}$，$y_{1,t}=y_{2,t}$，$\dot{A}_{1,t}=\dot{A}_{2,t}$ 及び $\dfrac{\partial y_{i,t}}{\partial k_{i,t}}=\left(\dfrac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$ であるからである。したがって，もし「$\lim_{t\to\infty}\dfrac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\dfrac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，二つの可能性が存在する。一つの可能性は，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}$$

であり，もう一つの可能性は，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{\int_0^t\tau_s ds}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$$

である。しかし，(6) 及び (7) 式より，もし，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$$

であるなら，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\neq\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$$

である。したがって，もし「$\lim_{t\to\infty}\dfrac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\dfrac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」であるならば，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}$$

である。 ■

３．系1-1の証明

まず，$y_{1,t}=A_t^{\alpha}k_{1,t}^{1-\alpha}$ であることから，

$$\dot{y}_{1,t}=\left(\frac{A_t}{k_{1,t}}\right)^{\alpha}\left[(1-\alpha)\dot{k}_{1,t}+\alpha\frac{k_{1,t}}{A_t}\dot{A}_t\right]$$

である。また，$A_t=\dfrac{\varpi\alpha\left[f(k_{1,t})+f(k_{2,t})\right]}{mvf'(k_{1,t})}=\dfrac{\varpi\alpha}{mv(1-\alpha)}k_{1,t}$ 及び $\dot{A}_t=\dfrac{\varpi\alpha}{mv(1-\alpha)}\dot{k}_{1,t}$ であることから，

$$\dot{y}_{1,t}=\dot{k}_{1,t}\left(\frac{A_t}{k_{1,t}}\right)^{\alpha}\left[(1-\alpha)+\frac{\varpi\alpha^2}{mv(1-\alpha)}\frac{k_{1,t}}{A_t}\right]$$

である。したがって,

$$\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}} = \frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}\left[(1-\alpha)+\frac{\varpi\alpha^2}{mv(1-\alpha)}\frac{k_{1,t}}{A_t}\right]$$

である。また, $A_t = \dfrac{\varpi\alpha}{mv(1-\alpha)}k_{1,t}$ であることから,

$$\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}} = \frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}\left[(1-\alpha)+\alpha\right] = \frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}$$

である。したがって，補題2-1より,

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}$$

である。よって, $y_{1,t} = y_{2,t}$ であることから,

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{2,t}}{y_{2,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}$$

である。

次に, $\dot{y}_{1,t} = \left(\dfrac{A_t}{k_{1,t}}\right)^{\alpha}\left[(1-\alpha)\dot{k}_{1,t} + \alpha\dfrac{k_{1,t}}{A_t}\dot{A}_t\right]$ 及び $\dot{A}_t = \dfrac{\varpi\alpha}{mv(1-\alpha)}\dot{k}_{1,t}$ であることから,

$$\dot{y}_{1,t} = \dot{A}_t\left(\frac{A_t}{k_{1,t}}\right)^{\alpha}\left[\frac{mv(1-\alpha)^2}{\varpi\alpha} + \alpha\frac{k_{1,t}}{A_t}\right]$$

である。したがって,

$$\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}} = \frac{\dot{A}_t}{k_{1,t}}\frac{mv(1-\alpha)^2}{\varpi\alpha} + \alpha\frac{\dot{A}_t}{A_t}$$

である。ここで, $\dot{A}_t = \dfrac{\varpi\alpha}{mv(1-\alpha)}\dot{k}_{1,t}$ であることから,

$$\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}} = (1-\alpha)\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} + \alpha\frac{\dot{A}_t}{A_t}$$

である。したがって,

$$\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}} = \frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} = (1-\alpha)\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}} + \alpha\frac{\dot{A}_t}{A_t}$$

であり，ゆえに,

$$\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}=\frac{\dot{A}_t}{A_t}$$

である。ここで，$k_{1,t}=k_{2,t}$ であることから，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{2,t}}{k_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{2,t}}{y_{2,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{A}_t}{A_t}$$

である。■

4．補題3-1の証明

(20) 式より，

$$2\,\Xi\left[\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}-1\right]=\theta_1-\theta_2$$

であり，ゆえに，

$$\Xi=\frac{\theta_1-\theta_2}{2}\left[\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}-1\right]^{-1}$$

である。したがって，成長率の極限は，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right]$$

であり，よって (37) 式は満たされる。■

5．系3-1の証明

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t-\dfrac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}=-\left(\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}-\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}\right)=-\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\,\Xi\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}-\Xi\right]$$
$$=-\Xi\left[\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}-1\right]$$

である。命題2-1の証明において示されているように，もし $\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}\left[1-(1-\alpha)\varepsilon\right]<\frac{\theta_1+\theta_2}{2}$ であれば，

$$\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}-1>0$$

かつ

$$\Xi<0$$

である。ゆえに，$\lim_{t\to\infty} k_{1,t} > 0$ であることから，

$$\lim_{t\to\infty}\left(\tau_t - \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t \tau_s ds\right) > 0$$

である。 ■

６．命題3-1の証明

（第一段階）まず，$H = 3$ の場合を考える。3つの経済の中で，経済1と2は多角的経路上にあるとする。その成長率は，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}} = \varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\,\alpha}{m\,v}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right]$$

であり，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{i,t}}{c_{i,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{i,t}}{k_{i,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{i,t}}{y_{i,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_{i,j,t}}{\tau_{i,j,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\int_0^t \tau_{i,j,s}ds}{dt}}{\int_0^t \tau_{i,j,s}ds}$$

となっている。ここで，$i = 1$ または 2，及び，$j = 1$ または 2 で，$i \neq j$ である。したがって，経済1と2は，時間選好率 $\frac{\theta_1+\theta_2}{2}$ を持つ統合された経済とみなすことが出来る。この統合された経済を，経済1+2とする。経済1+2と経済3は相互に完全に開放されており，両経済の投資収益率は，裁定を通じて

$$\frac{\partial y_{1+2,t}}{\partial k_{1+2,t}} = \frac{\varpi}{3mv}\frac{\partial\left(2y_{1+2,t}+y_{3,t}\right)}{\partial A_t} = \frac{\partial y_{3,t}}{\partial k_{3,t}} \tag{A1}$$

のように常に等しく保たれる。(A1) 式は，A_t の増加により，両経済の生産が $\frac{\partial Y_{i,t}}{\partial K_{i,t}} = \frac{\varpi}{M_t}\frac{\partial\left(Y_{1+2,t}+Y_{3,t}\right)}{\partial\left(vA_t\right)}$ のように増加することを示す。ここで，$i = 1+2$ あるいは 3 である。経済1+2の人口は $\frac{2L_t}{3}$，経済3の人口は $\frac{L_t}{3}$ であることから，

$$\frac{\partial Y_{i,t}}{\partial K_{i,t}} = \frac{\partial y_{i,t}}{\partial k_{i,t}} = \frac{\varpi}{M_t}\frac{\partial\left(Y_{1+2,t}+Y_{3,t}\right)}{\partial\left(vA_t\right)} = \frac{\varpi}{mL_t}\frac{\partial\left(2y_{1+2,t}+y_{3,t}\right)}{\partial\left(vA_t\right)}\frac{L_t}{3} = \frac{\varpi}{3mv}\frac{\partial\left(2y_{1+2,t}+y_{3,t}\right)}{\partial A_t}$$

である。したがって，

$$A_t = \frac{\varpi\,\alpha\left[2f\left(k_{1+2,t}\right)+f\left(k_{3,t}\right)\right]}{3mvf'\left(k_{1+2,t}\right)} = \frac{\varpi\,\alpha\left[2f\left(k_{1+2,t}\right)+f\left(k_{3,t}\right)\right]}{3mvf'\left(k_{3,t}\right)}$$

である。(A1) 式は裁定を通じて常に保たれることから，$k_{1+2,t} = k_{3,t}$，$\dot{k}_{1+2,t} = \dot{k}_{3,t}$，$y_{1+2,t} = y_{3,t}$，$\dot{y}_{1+2,t} = \dot{y}_{3,t}$ の各式，したがって，$K_{1+2,t} = 2K_{3,t}$，$\dot{K}_{1+2,t} = 2\dot{K}_{3,t}$，$Y_{1+2,t} = Y_{3,t}$，$\dot{Y}_{1+2,t} = 2\dot{Y}_{3,t}$ の各式も常に保たれる。したがって，

$$A_t = \frac{\varpi\,\alpha f\left(k_{1+2,t}\right)}{m\,v f'\left(k_{1+2,t}\right)} = \frac{\varpi\,\alpha f\left(k_{3,t}\right)}{m\,v f'\left(k_{3,t}\right)}$$

である。さらに，裁定を通じて $\frac{\partial\left(2\,y_{1+2,t} + y_{3,t}\right)}{\partial A_{1+2,t}} = \frac{\partial\left(2\,y_{1+2,t} + y_{3,t}\right)}{\partial A_{3,t}}$ が保たれることから，$\dot{A}_{1+2,t} = 2\,\dot{A}_{3,t}$ も常に保たれる。

（第二段階） 命題1-1，補題1-1及び2-1，系1-1及び2-1の証明で用いられたものと同様な手法を当てはめることにより，経済1+2及び3の成長経路は，以下のような性質を有することが分かる。すなわち，もし

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1+2,t}}{c_{1+2,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{3,t}}{c_{3,t}} = \varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\,\alpha}{m v}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha} - \frac{\sum_{q=1}^{3}\theta_q}{3}\right]$$

であり，そしてその場合に限り，両経済の全ての最適性条件は満たされ，かつ，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1+2,t}}{c_{1+2,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{3,t}}{c_{3,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1+2,t}}{k_{1+2,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{3,t}}{k_{3,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{1+2t}}{y_{1+2,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{3,t}}{y_{3,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_{1+2,3,t}}{\tau_{1+2,3,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\int_0^t \tau_{1+2,3,s}ds}{dt}}{\int_0^t \tau_{1+2,3,s}ds}$$

である。

上記の経済1+2と経済3の場合と同様な計算を，$H = 4$ における経済1+2+3と経済4の場合に当てはめると，同様な性質が経済1+2+3と経済4の間にもあることが分かる。同様な計算を繰り返すと，同様な性質が経済1+2+・・+ $(H - 1)$ と経済 H の間においても成り立つことが分かる。■

7．補題4-1の証明

τ_t が各経済により独立に設定される場合，各経済にとって，τ_t は c_t と同様に制御変数となる。したがって，最適性条件

$$\left(\frac{\varpi\,\alpha}{m v}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\left(\int_0^t \tau_s ds\right)}{\partial \tau_t} = 1 \tag{A2}$$

が，各経済の最適性条件に共通して追加されることになる。ここで，命題1-1より，もし「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}} =$ 一定」であるならば，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{2,t}} = \Xi$$

及び

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{1,t}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{2,t}} = \Xi\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}$$

である。ここで，Ξ はある定数である。また，（A2）式より，

$$\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}$$

である。したがって，

$$\lim_{t\to\infty}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}\right]=\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)\Xi\left(\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}\right)^{-1}-\Xi=0$$

である。ゆえに，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\theta_1\right]$$

及び

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon^{-1}\left[\left(\frac{\varpi\alpha}{mv}\right)^{\alpha}(1-\alpha)^{-\alpha}-\theta_2\right]$$

であり，さらに

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}>\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}$$

である。しかし，この結果は，命題1-1で示された条件「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」と矛盾する。■

８．補題4-3の証明

この場合，τ_t は各経済における制御変数とみなすことが出来る。したがって，最適性条件

$$\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{\partial\tau_t}=1$$

が，各経済の最適性条件に共通して加えられることになり，そして，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$$

である。

補題2-3より，両経済の全ての最適性条件が満たされるならば，(34) あるいは (35) 式が成立する。ここで，いずれの場合においても，

$$\lim_{t\to\infty}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\int_0^t \tau_s ds}{\partial k_{1,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}\right\}=\lim_{t\to\infty}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{\partial\int_0^t \tau_s ds}{\partial k_{2,t}}-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}\right\}=0$$

が成り立つ。したがって，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon^{-1}\left\{\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\,\alpha}{2mv(1-\alpha)}\right]^{\alpha}-\theta\right\}$$

である。ゆえに，もし $\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{d\left(\int_0^t\tau_s ds\right)}{dt}}{\int_0^t\tau_s ds}=\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)\varpi\alpha}{2mv}\right]^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}$ であるならば，系1-3で示された条件「$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=$一定」は満たされる。■

参考文献

原嶋　耐治，「全要素生産性の理論と収斂仮説：根源的要素としての一般労働者のイノベーション」，『金沢星稜大学論集』，第50巻第1号（通巻128号），2016年，55～80頁

Aghion, Philippe and Peter Howitt. (1998) “*Endogenous Growth Theory,*” MIT Press, Cambridge, MA.

Alesina, Alberto and Dani Rodrik. (1994). “Distributive Politics and Economic Growth,” *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 109, No.2, pp. 465–490.

Arrow, Kenneth J. (1962) “Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention,” in *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors,* pp. 609–626, Princeton University Press, Princeton.

Arrow, Kenneth J., Bert Bolin, Robert Costanza, Partha Dasgupta, Carl Folke, C. S. Holling, Bengt-Owe Jansson, Simon Levin, Karl-Goran Maler, Charles Perrings, and David Pimentel (1995). “Economic Growth, Carrying Capacity, and the Environment,” *Science*, Vol. 268, No. 28, pp. 520–521.

Barro, Robert J. (2000). “Inequality and Growth in a Panel of Countries,” *Journal of Economic Growth*, Vol. 5, No. 1, pp. 5–32.

Becker, Gary S (1977). “Altruism, Egoism, and Genetic Fitness: Economies and Sociobiology,” *Journal of Economic Literature*, Vol. 15, No. 2, pp. 506–507.

Becker, Robert A. (1980) “On the Long-run Steady State in a Simple Dynamic Model of Equilibrium with Heterogeneous Households,” *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 95, No. 2, pp. 375–382.

Bénabou, Roland and Jean Tirole (2006) “Incentives and Prosocial Behavior,” *American Economic Review*, Vol. 96, No. 5, pp. 1652–1678.

Clarke, George R. G. (1995). “More Evidence on Income Distribution and Growth,” *Journal of Development Economics*, Vol. 47, No. 2, pp. 403–427.

Deininger, Klaus and Lyn Squire. (1998). “New Ways Looking at Old Issues: Inequality and Growth,” *Journal of Development Economics*, Vol. 57, No. 2, pp. 259–287.

Farmer, Roger E. A. and Amartya Lahiri. (2005) “Recursive Preferences and Balanced Growth,” *Journal of Economic Theory*, Vo. 125, No. 1, pp. 61–77.

Forbes, Kristin J. (2000). “A Reassessment of the Relationship between Inequality and Growth,” *American Economic Review*, Vol. 90, No. 4, pp. 869–887.

Ghiglino, Christian. (2002) “Introduction to a General Equilibrium Approach to Economic Growth,” *Journal of Economic Theory*, Vol. 105, No.1, pp. 1–17.

Gray, John N. (1998) *False Dawn: The Delusions of Global Capitalism*, Granta Publications, London.

Hall, Robert E. and Charles I. Jones. (1999) “Why Do Some Countries Produce So Much More Output Per Worker Than Others?” *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 114, No. 1, pp. 83–116.

Harashima, Taiji. (2004) “A New Asymptotically Non-Scale Endogenous Growth Model,” *EconWPA Working Papers*, ewp-dev/0412009.

Harashima, Taiji. (2009a) “A Theory of Total Factor Productivity and the Convergence Hypothesis: Workers’ Innovations as an Essential Element,” *MPRA* (*The Munich Personal RePEc Archive*) *Paper*, No. 15508.

Harashima, Taiji. (2009b) "Depression as a Nash Equilibrium Consisting of Strategies of Choosing a Pareto Inefficient Transition Path," *MPRA* (*The Munich Personal RePEc Archive*) *Paper*, No. 18987.

Harashima, Taiji. (2009c) "Trade Liberalization and Heterogeneous Rates of Time Preference across Countries: A Possibility of Trade Deficits with China," *MPRA* (*The Munich Personal RePEc Archive*) *Paper*, No. 19386.

Harashima, Taiji. (2009d) "Endogenous Growth Models in Open Economies: A Possibility of Permanent Current Account Deficits," *MPRA* (*The Munich Personal RePEc Archive*) *Paper*, No. 19515.

Jones, Charles I. (1995a) "Time Series Test of Endogenous Growth Models," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 110, No. 2, pp. 495–525.

Jones, Charles I. (1995b) "R&D-Based Models of Economic Growth," *Journal of Political Economy*, Vol. 103, No. 4, pp. 759–784.

Klein, Naomi. (2000) *No Logo*, Flamingo, London.

Kuznets, Simon. (1955). "Economic Growth and Income Inequality," *American Economic Review*, Vol. 45, No. 1, pp. 1–28.

Lawrance, Emily C. (1991) "Poverty and the Rate of Time Preference: Evidence from Panel Data," *Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 1, pp. 54–77.

Nowak, Martin A. (2006) "Five Rules for the Evolution of Cooperation," *Science*, Vol. 314, No. 5805, pp. 1560 –1563.

Peretto, Pietro and Sjak Smulders. (2002) "Technological Distance, Growth and Scale Effects," *The Economic Journal*, Vol. 112, pp. 603–624.

Persson, T. and G.Tabellini. (1994). "Is Inequality Harmful for Growth?" *American Economic Review*, Vol. 84, pp. 600–621.

Prescott, Edward C. (1998) "Needed: A Theory of Total Factor Productivity," *International Economic Review*, Vol. 39, No. 3, pp. 525–551.

Samuelson, Paul A. (1947) *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press (Enlarged ed. 1983), Cambridge, MA.

Samwick, Andrew A. (1998) "Discount Rate Heterogeneity and Social Security Reform," *Journal of Development Economics*, Vol. 57, No. 1, pp. 117–146.

Sen, Amartya Kumar. (1973) *On Economic Inequality*, Norton, New York.

Sen, Amartya Kumar. (1976) "Real National Income," *Review of Economic Studies*, Vol. 43, No. 1, pp. 19–39.

Sorger, Gerhard. (2002) "On the Long-run Distribution of Capital in the Ramsey Model," *Journal of Economic Theory*, Vol. 105, No. 1, pp. 226–243.

Soros, George (2008) *The New Paradigm for Financial Markets: The Credit Crisis of 2008 and What It Means*, PublicAffairs, New York.

Stiglitz, Joseph. (2002) *Globalization and Its Discontents*, W.W. Norton & Company, New York.

Stiglitz, Joseph. (2009) "Moving beyond Market Fundamentalism to a More Balanced Economy," *Annals of Public and Cooperative Economics*, Vol. 80, No. 3, pp. 345-360.

Trivers, Robert L. (1971) "The Evolution of Reciprocal Altruism," *The Quarterly Review of Biology*, Vol. 46, No. 1, pp. 35–57.

Ventura, Luigi. (2003) "Direct Measure of Time-preference," *Economic and Social Review*, Vol. 34, No. 3, pp. 293–310.

Voitchovsky, Sarah. (2005). "Does the Profile of Income Inequality Matter for Economic Growth?" *Journal of Economic Growth*, Vol. 10, No. 3, pp. 273–296.