チームスポーツにおけるスーパースターの経済モデル

Superstars in Team Sports: An Economic Model

原　嶋　耐　治
Taiji HARASHIMA

〈要　旨〉

プロスポーツには他の同僚選手と比べて著しく高額な報酬を得るスーパースターが居る。しかし，スーパースターがチームスポーツにおいても存在することは不思議なことでもある。何故なら，個人競技のスポーツと異なり，チームスポーツでは競っているのは個人ではなくチームであるからである。本論文では，チームスポーツにおいてもスーパースターが存在し得るその機序を考察する。そこで明らかとなったことは，それを生み出す源が，或るチームに最高順位の選手（つまり，相対的に能力が高い選手）が所属するかによって当該チームが勝利を得る確率が著しく異なってくることにあることである。この要素と順位選好が組み合わさることで，選手個人の報酬は最下位の選手から最上位の選手に向けて指数関数的に増加することになる。その結果，チームスポーツにおいても，最上位の選手がスーパースターとなることが可能となる。

JEL Classification code：D31, D42, D63, J30, L83, Z22

〈キーワード〉

順位価値，順位選好，所得格差，スーパースター，チームスポーツ，独占，独占利潤

はじめに

プロスポーツでは，スター選手は他の一般の選手と比べて圧倒的に高い収入を得ることが出来る。何故こうしたスーパースターが生まれ得るのか，その機序に関してこれまでも幾つかのモデルが提示されてきた。初期の重要なモデルはRosen（1981）のモデルであり，それに続き，Adler（1985, 2006），Frank and Cook（1995），Borghans and Groot（1998）等がそれぞれ新たなモデルを提示した。Rosen（1981）は，選手の才能（質）の相違と特別な市場構造（つまり，非競合性）にスーパースターの著しく高い収入の源泉があると考えた。一方，Adler（1985）は「消費資本（consumption capital)」に，and Borghans and Groot（1998）は「内生的財産権（endogenous property rights)」と独占力にその源泉があると考えた。そうした中，原嶋(2018)及び Harashima（2016, 2017）は，順位選好及び順位価値の概念に基づく新たなモデルを提示した。人々は順位選好を持っている。何故なら，順位が人々の生活や経済活動において重要な働きを持つ要素となっているからである。順位選好は，順位制（Dominance hierarchy）に立脚するが故に（例えば，Landau, 1951; Bayly et al., 2006），人類がその進化の過程で身に着けることとなった選好と考えられる。順位選好のもたらす重要な点は，それが独占力を生み出し，順位価値が高い商品を生産する生産者に高い利潤をもたらすことである。

しかし，一つ疑問が生じる。個人競技のスポーツなら上記のモデルでスーパースターが生まれる理由を説明出来るのかもしれないが，団体競技であるチームスポーツにおいても同様の理由でスーパースターが存在する理由を説明出来るであろうか。何故なら，チームスポーツにおいて競い合い優勝を争っているのは個人ではなくチームであるからである。勿論，チームスポーツにおいても個人表彰（例えば，最高殊勲選手）はあり得るが，それはチームスポーツにおける主たる競技目的ではない。個人の栄誉はチームスポーツにおいては単なる副産物でしかない。しかし，それなのにチームスポーツにおいてもスーパースターが存在していることは厳然たる事実である。

何故チームスポーツにおいても個人がスーパースターとなり，法外とも思えるような多額の収入を得ることが可能なの

であろうか。選手全員の共同作業の結果として優勝を勝ち得ることが出来ると考えるならば，チーム内においてもその報酬はより均等な形で配分されるべきなのではないだろうか。チームとして意図的にその所属選手に対する報酬を著しく不均一に配分しない限り，スーパースターは生まれ得ないのではないか。この意味で，チームスポーツにおけるスーパースターの存在は謎であると言える。本論文では，原嶋(2018)及び Harashima（2016, 2017）で提示された順位選好及び順位価値の概念に基づいて，チームスポーツにおいてもスーパースターが生まれる機序を考察する。

順位選好及び順位価値の概念に基づく原嶋(2018)及び Harashima（2016, 2017）のモデルでは，価値には二種類ある。一つは実用価値であり，もう一つは順位価値である。実用価値は，人々が財・サービスを消費する時に実用的な観点から感じる価値であり，順位価値は，人々が使用，所有，消費する財・サービスが同様の財・サービスの中でどのような順位にあるかという点から感じる価値である。重要な点は，順位選好及び価値があることによって，高順位の商品を生産する生産者に独占力を生じることである。したがって，もし家計が或る商品に対して十分に強い順位選好を有しているならば，当該商品の中で高順位の商品を生産する生産者はスーパースターと成り得ることになる。

本論文では，或るチームが勝利する確率がそのチームに高い能力（高順位）の選手が所属しているかどうかで著しく大きく異なってくることを示す。勝敗はチーム間の実力の「相対的」な差によって決まってくることから，所属する選手の能力がほんの僅かでも他チームより高いかどうかによってチームの勝敗が大きく変わってくる。こうした勝利確率の性質が故に，さらには，順位選好があるが故に，チームスポーツにおいても，低順位の選手から最高順位の選手にかけてその報酬は幾何級数的に増加していくことになる。それ故，チームスポーツでも，スーパースターが生まれ得ることになる。

第1章　順位選好及び価値

本章では，原嶋(2018)及び Harashima（2016, 2017）で示された順位選好及び順位価値の概念に基づくモデルを簡単に説明する。

第1節　順位価値

価値は何等かの有用性を表している。人々は，財・サービスを使用し楽しみ消費する時，価値を感じ獲得し消費する。経済学では従来一般に実用性の観点から得られる価値のみを取り上げ考察してきた。しかし，それだけではなく，人々は順位から得られる価値も感じ消費している。例えば，或る骨董品が同類の骨董品の中でも最高のものであると評価されるならば，仮令それがモノとしての実用性が殆どなくても，その値段は他の同類の骨董品より遥かに高いものになるであろう。値段が著しく高くなった理由は，ただそれが最高順位のモノであるということからだけである。このように，人々は実用性の観点からだけでなく順位の観点からも効用を得ている。

つまり，価値には二種類ある。すなわち，実用価値と順位価値である。実用価値は，人々が実用的な目的のために財・サービスを消費する時に感じる価値である。順位価値は，人々が使用，所有，消費する財・サービスが同様の財・サービスの中でどのような順位にあるかという点から感じる価値である。つまり，順位価値は人々が順位に基づいて財・サービスに与える価値である（例えば，ベストセラー書籍の順位，プロスポーツのチーム順位)。

第2節　順位選好

財・サービスは，三つの性質，すなわち，品質，数量，順位，をそれぞれ有している。品質は実用価値に関係し，順位は順位価値に関係する。数量はいずれの価値にも関係する。各財・サービスの品質と順位は外生的に与えられ不変であると仮定する。ここで，単純化のために，経済には或る一つの種類の財・サービスのみ存在するとし，全ての財またはサービスは全てこの種類に属すると仮定する（以後，そこに含まれる財またはサービスを「当該財」と呼ぶ)。各当該財は，実用価値の観点からは相互に代替可能であるが，順位の観点からは別物として扱われる。

R (= 1, 2, 3, …) を各財の順位とする。順位 $R = 1$ の財は家計に最も良く選好され，$R = 2$ の財はそれに次いで良く選好される。以下同様である。単純化のために，同一順位の財は存在しないものとする。家計は，順位 R の当該財を消費することによって以下の効用を得る。

$$u(q_{n,R},\ q_{l,R}, R)$$

ここで，$q_{n,R}$，$q_{l,R}$ は，それぞれ，順位 R の当該財の品質と数量である。単純化のために，家計の効用関数を以下のように変換する。

$$u(\tilde{q}_R, R)$$

ここで，$\tilde{q}_R = q_{n,R}q_{l,R}$ であり，$\tilde{q}_R$ は順位 R の当該財の「品質調整済数量」を示す。品質調整済数量の概念は，以下の仮定に基づいている。まず，当該財に基準となる或る「標準品質」を設定する。ここで，実用性の観点からみて標準品質の財より α% だけ品質の悪い（良い）財の消費は，標準品質の財を α% だけ少なく（多く）消費したことと同等であると仮定する。つまり，品質調整済数量 $\tilde{q}_R$ は，標準品質を基準として標準化された当該財の「実質」品質を示していると言うことになる。

効用関数は，以下のような性質を有している。

$$\frac{\partial u(\tilde{q}_R, R)}{\partial \tilde{q}_R} > 0$$

$$\frac{\partial^2 u(\tilde{q}_R, R)}{\partial \tilde{q}_R^2} < 0$$

さらに，順位選好に関して，以下のような性質を仮定する。いかなる $r \in R$ に対しても，

$$u(\tilde{q}_r, r+1) < u(\tilde{q}_r, r)$$

及び

$$u(\tilde{q}_r, r+2) - u(\tilde{q}_r, r+1) > u(\tilde{q}_r, r+1) - u(\tilde{q}_r, r)$$

である。

第3節　独占力

順位価値及び順位選好によって，当該財の生産者には独占力が生じることになる。何故なら，順位価値を生産することに追加的な費用が掛からない，つまり，順位価値を生産する際の限界費用が 0 であるからである。したがって，生産者は限界費用を超える価格を設定することが出来る。もし或る財・サービスに対する家計の順位選好が十分に強ければ，最高順位の当該財・サービスの商品を生産する生産者はスーパースターとなることが出来る。

第２章　チームスポーツにおいてスーパースターが生み出される機序

第1節　設定

チーム数が M，総選手数が P 人からなるプロスポーツのリーグがあるとする。各チームは 1，2，3，・・・と順位付けられている。順位1のチームが最優秀すなわち優勝チーム，順位2のチームは次に優秀すなわち準優勝のチーム等々を各順位は意味している。順位は選手にも付けられている（リーグに所属する全選手の中における順位)。なお，単純化のため，各選手のチーム内における役割は同一とする。順位1の選手が最優秀選手，順位2の選手は次に優秀な選手等々を各順位は意味している。順位 $r\,(r \in P\,)$ の選手の能力を a_r とする。ここで，a_r は可測で加法性を持ち，さらに，全ての選手はそれぞれ異なる能力を持つものとする。各チームは等しく n 人の選手から成っている。すなわち，$P = nM$ であ

る。「チームの能力」は，そのチームに所属する n 人の選手の能力の合計値で表される。もし或るチームの能力が対戦相手のチームの能力より高ければ，当該チームが勝つ確率は対戦相手のチームが勝つ確率より高くなる。

各チームの収入（入場券収入，放映権収入，ライセンス料等）は専らその順位に依存するものと仮定する。上位順位のチームは人々の順位選好によって強い独占力を有することから，より多くの収入を得ることが出来る。したがって，或るチームの収入（y）は当該チームの順位 $m\,(\in M\,)$ の関数，すなわち，

$$y = f(m) \tag{1}$$

で表すことが出来る。順位選好及び価値の性質から，

$$\frac{dy}{dm} < 0$$

及び

$$\frac{d^2y}{dm^2} > 0$$

となる。人々の順位選好の強度が強くなるにつれ，小さな m の値（すなわち，高順位のチーム）に対する y の値は大きくなる。つまり，(1) 式は，人々の順位選好の強度を反映するものである。

チームの収入がその順位によってのみ決定されると仮定されていることから，各チームの能力が殆ど同一であっても，その収入には非常に大きな開きが生じることになる。単純化のために，所属選手への報酬以外の例えばチームを所有し運営するための資本その他の費用は一切かからないものとする。そのため，チーム間の競争の結果として，各チームの収入の全ては最終的にはその所属選手の報酬のみに使われることになる。したがって，チームの収入総額は，その所属選手の報酬額合計と一致することになる。

人々の能力の分布は近似的に正規分布に従う可能性が高いと考えられる。その場合，或るスポーツの一流選手の能力は当該スポーツに係る能力の分布の裾に位置することになるであろう。そうであれば，プロスポーツ・リーグにおいては，所属選手の能力の分布は近似的に最も低い能力の選手から最も高い能力の選手へと指数関数的に上昇する形で表すことが出来るであろう。なお，そうはいっても人間の能力には限界があるので，選手間の絶対的な能力の相違はそれ程大きくはないであろう。こうしたことから，単純に，「選手間の能力の差は小さいものの，それは順位 P の選手から順位1の選手へと指数関数的に上昇している」と仮定する。

第2節　選手の報酬の例

1.　例1

あるリーグには二つのチームしかなく，選手も総計4人（選手 A, B, C, D）しかいないと仮定する（つまり，$M = 2$, $P = 4$, $n = 2$）。この4人の選手の能力は，

$$a_A = e^{0.15} = 1.1618$$
$$a_B = e^{0.1} = 1.1052$$
$$a_C = e^{0.05} = 1.0512$$
$$a_D = 1$$

となっているとする。ここで，a_A，a_B，a_C，a_D は，それぞれ選手 A，B，C，D の能力である。このように，能力は選手 D から A へと指数関数的に増加するが，選手間の絶対的な能力差は大きくない。すなわち，選手 A の能力は選手 D の能力の 1.16 倍に過ぎない。

第2章第1節で仮定したように，それぞれのチームが勝つ確率は対戦相手のチームとの能力の差（すなわち，所属選手の能力の合計の差）によって決まる。したがって，前記4選手が2つのチームのどちらにどのような組み合わせで所属するかによって，各チームが勝つ確率は変わる。ここで，その確率は，各選手とその所属チームの組み合わせによって以下のように変わってくる仮定する。

○　選手 A 及び B のからなるチーム（$a_A + a_B = 2.267$）が選手 C 及び D からなるチーム（$a_C + a_D = 2.051$）に勝つ確率は 1 である。すなわち，選手 C 及び D からなるチームが選手 A 及び B のからなるチームに勝つ確率は 0 である。
○　選手 A 及び C のからなるチーム（$a_A + a_C = 2.213$）が選手 B 及び D からなるチーム（$a_B + a_D = 2.105$）に勝つ確率は 0.8 である。すなわち，選手 B 及び D からなるチームが選手 A 及び C のからなるチームに勝つ確率は 0.2 である。
○　選手 A 及び D からなるチーム（$a_A + a_D = 2.162$）が選手 B 及び C からなるチーム（$a_B + a_C = 2.156$）に勝つ確率は 0.7 である。すなわち，選手 B 及び C からなるチームが選手 A 及び D のからなるチームに勝つ確率は 0.3 である。

上記の確率が意味することは，両チーム間の能力の僅かな差が，勝利確率に大きな差異をもたらすということである。

また，勝利を手にしたチームの収入は2，敗北したチームの収入は1と仮定する。したがって，両チームの収入の合計は $2+1=3$ である。さらに，4名の選手が2つのチームのどちらに所属するかという確率は，全選手等しく50%であると仮定する。つまり，どの選手がどのチームに所属するかと言う点に関しては何らの偏りもない。したがって，或るチームが選手 A と契約したとすれば，当該チームの期待収入（Ω_A）は，当該チームが選手 A の他にもう一人選手 B，C，D のどの選手と契約するのか，そして，そのそれぞれの場合の勝利確率と得られる収入を加重平均することで求めることが出来る。上記の勝利確率と得られる収入に基づけば，それは，

$$\Omega_A = \frac{(2\times1+0)+(2\times0.8+0.2)+(2\times0.7+0.3)}{3} = 1.83 \tag{2}$$

となる。同様に，当該チームがまず初めに選手 B，C 或いは D の何れかの選手と契約した場合それぞれの当該チームの期待収入は，

$$\Omega_B = 1.5 \tag{3}$$

$$\Omega_C = 1.36 \tag{4}$$

$$\Omega_D = 1.3 \tag{5}$$

となる。ここで，Ω_B，Ω_C，Ω_D は，当該チームがまず初めに選手 B，C 或いは D と契約した場合それぞれの当該チームの期待収入である。

第2章第1節で仮定されたように，両チームはその収入の全てを所属選手への報酬のために使い，かつ，どのチームに所属するかという確率は全てのチーム，選手に対して同一であることから，或る選手と契約したチームが契約する残りの1選手の期待報酬は，当該選手以外の3選手の報酬の平均値の期待値となる。したがって，それぞれの場合の当該チームの期待収入は，

$$\Omega_A = z_A + \frac{z_B + z_C + z_D}{3} \tag{6}$$

$$\Omega_B = z_B + \frac{z_A + z_C + z_D}{3} \tag{7}$$

$$\Omega_C = z_C + \frac{z_A + z_B + z_D}{3} \tag{8}$$

$$\Omega_D = z_D + \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \tag{9}$$

となる。ここで，z_A，z_B，z_C，z_D は，それぞれ選手 A，B，C，D の得る報酬である。(2)～(9) 式より，

$$z_A - z_B = \frac{3}{2}\left(\Omega_A - \Omega_B\right) = 0.5 \tag{10}$$

$$z_B - z_C = \frac{3}{2}\left(\Omega_B - \Omega_C\right) = 0.2 \tag{11}$$

$$z_C - z_D = \frac{3}{2}\left(\Omega_C - \Omega_D\right) = 0.1 \tag{12}$$

となる。さらに，(10)，(11)，(12) 式より，

$$z_A = 0.5 + 0.2 + 0.1 + z_D \tag{13}$$

$$z_B = 0.2 + 0.1 + z_D \tag{14}$$

$$z_C = 0.1 + z_D \tag{15}$$

となる。両チームはその収入の全てを所属選手の報酬に使うことから，全選手の報酬合計は，両チームの収入合計と等しい（この例の場合は，3)。したがって，(13)，(14)，(15) 式より，

$$z_A + z_B + z_C + z_D = 1.2 + 4\,z_D = 3 \tag{16}$$

である。(16) 式より，$z_D = 0.45$ であることが分かる。さらに，(13)，(14)，(15)，(16) 式より，

$$\begin{aligned} z_A &= 1.25 \\ z_B &= 0.75 \\ z_C &= 0.55 \\ z_D &= 0.45 \end{aligned}$$

であることが分かる。

上記のように算出された報酬が示すことは，（ア）選手間の報酬の差はその能力の差より遥かに大きい（すなわち，例

えば，$\dfrac{a_A}{a_D}=1.16$ に対して $\dfrac{z_A}{z_D}=2.78$ である)，（イ）選手 D から選手 A へと選手の順位が上昇するにつれて，報酬はほぼ指数関数的に増加する，ということである。

2.　例2

例2では，例1における勝利確率を以下のように一般化する。

○　選手 A 及び B のからなるチームが選手 C 及び D からなるチームに勝つ確率は u である。すなわち，選手 C 及び D からなるチームが選手 A 及び B のからなるチームに勝つ確率は $1-u$ である。
○　選手 A 及び C のからなるチームが選手 B 及び D からなるチームに勝つ確率は v である。すなわち，選手 B 及び D からなるチームが選手 A 及び C のからなるチームに勝つ確率は $1-v$ である。
○　選手 A 及び D からなるチームが選手 B 及び C からなるチームに勝つ確率は w である。すなわち，選手 B 及び C からなるチームが選手 A 及び D のからなるチームに勝つ確率は $1-w$ である。

ここで，選手の能力の関係から，$0.5<u\le 1$，$0.5<v<1$，$0.5<w<1$，$w<v<u$ である。その他の条件は例1と同じである。したがって，例1と同様の操作によって，

$$z_A=\frac{u+v+z}{2}$$
$$z_B=\frac{2+u-v-w}{2}$$
$$z_C=\frac{2-u+v-w}{2}$$
$$z_D=\frac{2-u-v+w}{2}$$

となる。故に，

$$z_A-z_B=v+w-1 \tag{17}$$

$$z_B-z_C=u-v \tag{18}$$

$$z_C-z_D=v-w \tag{19}$$

である。$w<v<u$, であることから，$z_B-z_C>z_C-z_D$ である。したがって，(18) 及び (19) 式より，z_D, z_C, z_B の値は，近似的に z_D から z_B の順に指数関数的に増加する形で表すことが出来る。さらに，(17) 及び (18) 式より，もし u, v, w の値が相互に十分に近いものであるならば（つまり，u から w へと緩やかに減少するのであるならば)，z_A の値は z_B の値よりかなり大きなものとなる。u から w へと緩やかに減少するということは，選手 A が所属するチームは，当該チームのもう一人の選手が誰であろうと（つまり，二番目に順位の高い選手 B であろうが，最も順位の低い選手 D であろうが)，その勝利確率は大きく低下しないことを意味する。つまり，勝利のためには選手 A の存在が極めて重要であることを意味している。もしこの条件が満たされるならば，z_D, z_C, z_B, z_A の値は近似的に z_D から z_A の順に指数関数的に増加する形で表すことが出来る。

3.　例3

次に，例3では例1におけるチームの収入の方を一般化する。勝利を手にしたチームの収入を 2 から $\gamma(>1)$ へと変更する。ただし，敗北したチームの収入は 1 のままとする。収入 γ の値は，(1) 式がどのようなものであるかによって異なる値となる。何故なら，γ は人々の順位選好の強さを反映するものであるからである。その他の条件は例1と同じとする。例1と同様の操作を行うことによって，

$$\begin{aligned} z_A &= 0.75(\gamma-1)-0.5 = 0.75\gamma-0.25 \\ z_B &= 0.25(\gamma-1)+0.5 = 0.25\gamma+0.25 \\ z_C &= 0.05(\gamma-1)+0.5 = 0.05\gamma+0.45 \\ z_D &= -0.05(\gamma-1)+0.5 = -0.05\gamma+0.55 \end{aligned}$$

となる。γ が増加するにつれ，z_A の値が最も高くなり，z_B そして z_C がそれに続き，z_D は減少する。図1は，γ が増加するにつれ，$\frac{z_A}{z_B}$，$\frac{z_B}{z_C}$，$\frac{z_C}{z_D}$ の各比率がどう変化するかを示したものである。

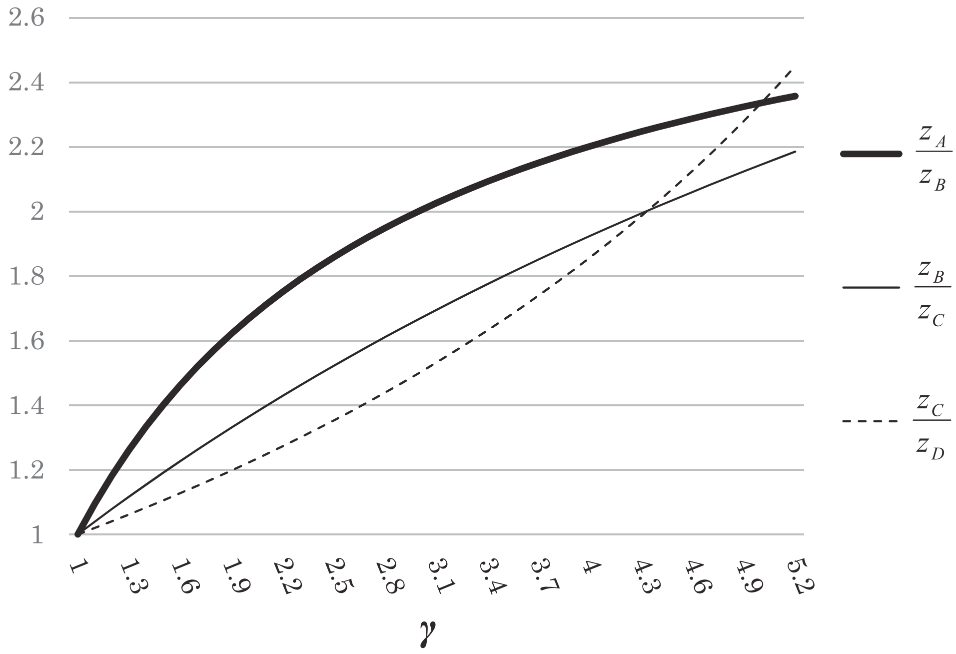

図1　γに対する $\frac{z_A}{z_B}$，$\frac{z_B}{z_C}$，$\frac{z_C}{z_D}$の値

γ が増加するにつれ，この三つの比率は何れも増加する。さらに，もし γ の値が約 4 よりも小さいならば，

$$\frac{z_A}{z_B} > \frac{z_B}{z_C} > \frac{z_C}{z_D}$$

となる。したがって，もし γ の値が約 4 よりも小さいならば，z_D，z_C，z_B，z_A の値は近似的に z_D から z_A の順に指数関数的に増加する形で表すことが出来る。なお，γ の値が約4よりも大きい場合に関しては，第2章第3節3において考察する。

4.　例4

例4は，例2及び3における一般化を組み合わせたものである。変数 γ，u，v，w は例2及び3におけるものと同じであり，その他の条件は例1と同じである。例1～3の場合と同様の操作を行うことによって，

$$z_A=\frac{(\gamma-1)(u+v+w-1)+1}{2}$$
$$z_B=\frac{(\gamma-1)(1+u-v-w)+1}{2}$$
$$z_C=\frac{(\gamma-1)(1-u+v-w)+1}{2}$$
$$z_D=\frac{(\gamma-1)(1-u-v+w)+1}{2}$$

が導かれる。例4のようにさらなる一般化を行ったとしても，例2及び3の基本的な性質は受け継がれている。

第3節　勝利確率と選手の報酬

第2章第2節の例から分かることは，選手の報酬は一般的に最も低い選手から最も高い選手へと指数関数的に増加する可能性が高いということである。しかし，本当にその通りなのか，この例が示すものは例外的なものなのではないか，或いは，非現実的なパラメターを設定した結果に過ぎないのではないか，という疑問も生じる。本節では，こうした疑問を念頭において，さらに考察を深めていくこととする。

1.　勝利確率

第2章第1節の時と同様に，チーム数が M，総選手数が P 人からなるプロスポーツのリーグがあり，各チームは等しく n 人の選手が所属しているものとする。如何なる m 及び r に対しても，順位 r の選手が順位 m のチームに所属する確率は同一とする。各チームの能力は，その所属選手の能力の合計によって表される。チームの能力が高いチームの勝利確率はそれが低いチームより高い。さて，各チームとも等しく n 人の選手が所属するのであるが，どのチームにどの選手が n 人所属するか，その可能な組み合わせの数は非常に多い。ここで，順位 r の選手が或るチームに所属する場合の当該チームの所属選手の組み合わせの数を Λ とする。この Λ 個の組み合わせには，それぞれ1から Λ の自然数が一つ一つに付与されている。なお，如何なる r に対しても，可能な組み合わせの数は共通して Λ である。

順位 r の選手が所属することになったチームの能力の期待値を $\tilde{a}_r$，さらに，組み合わせ $\lambda\,(\in\Lambda)$ に対応するチームの能力を $a_{r,\lambda}$ とする。如何なる m 及び r に対しても順位 r の選手が順位 m のチームに所属する確率は同一であることから，如何なる組み合わせであっても，実際にその組み合わせとなる確率は同一である。したがって，$\tilde{a}_r$ の値は $a_{r,\lambda}$ の単純平均，すなわち

$$\tilde{a}_r=\Lambda^{-1}\sum_{\lambda=1}^{\Lambda}a_{r,\lambda}$$

によって表すことが出来る。

$\tilde{a}_r$ は二つの部分に分割することが出来る。一つは「同じチームに順位 $r+1$ の選手も所属する組み合わせの部分」，もう一つは「所属しない組み合わせの部分」である。ここで，$\tilde{a}_{r,r+1}$ を前者の部分，$\tilde{a}_{r,r}$ を後者の部分とする。つまり，

$$\tilde{a}_r=\tilde{a}_{r,r+1}+\tilde{a}_{r,r} \tag{20}$$

となっている。$\tilde{a}_{r+1}$ も同様に分割することが出来る。一つは，「同じチームに順位 r の選手も所属する組み合わせの部

分」，もう一つは「所属しない組み合わせの部分」である。ここで，$\widetilde{a}_{r+1,r}$ を前者の部分，$\widetilde{a}_{r+1,r+1}$ を後者の部分とする。したがって，

$$\widetilde{a}_{r+1} = \widetilde{a}_{r+1,r} + \widetilde{a}_{r+1,r+1} \tag{21}$$

となっている。順位 r と $r+1$ の選手が所属する確率は $\widetilde{a}_r$ 及び $\widetilde{a}_{r+1}$ において同一であるから，

$$\widetilde{a}_{r,r+1} = \widetilde{a}_{r+1,r} \tag{22}$$

である。(20)，(21)，(22) 式から，如何なる r に対しても，

$$\widetilde{a}_r - \widetilde{a}_{r+1} = \widetilde{a}_{r,r} - \widetilde{a}_{r+1,r+1} \tag{23}$$

となる。さて，選手の能力は最も低い選手から最も高い選手へ指数関数的に増加することから，如何なる r に対しても，

$$\widetilde{a}_{r,r} - \widetilde{a}_{r+1,r+1} > \widetilde{a}_{r+1,r+1} - \widetilde{a}_{r+2,r+2} \tag{24}$$

である。したがって，(23) 式及び不等式 (24) より，如何なる r に対しても，

$$\widetilde{a}_r - \widetilde{a}_{r+1} > \widetilde{a}_{r+1} - \widetilde{a}_{r+2} \tag{25}$$

となる。不等式 (25) は，$\widetilde{a}_r$ を指数関数的に増加する $P-r$ の関数によって近似することが出来ることを意味している。つまり，$\widetilde{a}_r$ を選手の順位が上昇するにつれて指数関数的に増加する関数として表すことが出来る。

第2章第1節で示されたように，勝敗はチーム間の能力の相対的な差異によって決まる。したがって，順位 r の所属するチームが勝つ確率も，不等式 (25) より，指数関数的に増加する $P-r$ の関数によって近似することが出来る。さらに，第2節の例でも示されたようにチームの収入（Ω_r）が勝利する確率によって決まってくることから，Ω_r もまた指数関数的に増加する $P-r$ の関数によって近似することが出来ることになる。

2.　勝利確率の増幅

2.1　増幅

チーム間の能力の差が僅かであっても，それは勝敗にとって決定的な意味を持つ。したがって，その能力がほんの僅か違うだけでも，勝敗の確率には大きな差異が生じることになる。つまり，例1で示されたように，チームの能力差が増幅される形でチームの勝利確率に大きな差が生じることになる。

ここで，$\Psi(>0)$ を或るチームとその対戦相手のチームとの能力の差とし，$p(\Psi)$ をその2チームのうち能力の高い方のチームが勝利する確率とする。上記の増幅効果を考慮すると，$p(\Psi)$ は以下のようにモデル化することが出来る。

$$\begin{aligned} p(\Psi) &= \rho\frac{1}{2} + (1-\rho)\frac{\exp(\tau\Psi)}{2} \quad \text{もし}\ \frac{\rho}{2} + (1-\rho)\frac{\exp(\tau\Psi)}{2} \le 1 \\ p(\Psi) &= 1 \quad \text{もし}\ \frac{\rho}{2} + (1-\rho)\frac{\exp(\tau\Psi)}{2} > 1 \end{aligned} \tag{26}$$

ここで，$\rho\,(0<\rho<1)$ は勝敗が運（能力以外の偶然の結果）によって決まる確率（この場合，勝利確率は $\frac{1}{2}$ である），$\tau\,(>0)$ はパラメーターで増幅の程度を表している。もし τ が十分に大きければ，たとえ能力の差（Ψ）が非常に小さくても，$p(\Psi)$ の値はほぼ 1 となる。このことは，勝利の鍵は相対的優位性にあり，それは絶対的な能力の差が如何に小さくても変わらないことを意味する。一般に，(26) 式は満たされ，かつ，τ は十分に大きいのではないかと考えられる。したがって，能力の差が大きく増幅されて，勝利確率の大きな差となって現れてくることになるであろう。その結果，r が P から 1 へと低下していく（順位が高まっていく）につれて，その能力が高まっていく以上の程度で収入（Ω_r）は急激な増加を示すことになるであろう。

2.2　戦力差軽減措置

なお，τ の値は十分に大きな値を持つと考えられると言っても，その値には限度があると考えられる。そのため，プロスポーツ・リーグにおいては，$p(\Psi)$ の値がほぼ 1 となるような Ψ の値が維持されることは殆どあり得ないと考えられる。何故なら，プロスポーツのチームは，スポーツチームであると同時に利潤極大化を目指す企業でもあるからである。この利潤極大化行動の結果として，各チームの能力は殆ど同じようなものへと収斂していくことになる可能性が高い。

さらに重要なことは，仮に何等かの理由でチーム間の能力差が大きく開くような状況が生じた場合には，リーグの上部統括組織によって強制的に戦力が均衡化されるような措置が取られる可能性が高いことである。何故なら，もしチーム間に明白かつ大きな戦力差があるとすると，人々がリーグ戦から感じられる順位価値の総量（それは，全加盟チームの収入合計と正相関する）が大幅に減少してしまうからである。

もし特定の一つのチームが常に勝つと初めから分かっているならば，人々はそのプロスポーツ・リーグへの興味を無くしてしまうであろう。何故なら，そのリーグ内では異なる範疇に属するチーム同士が競っているかのように感じられてしまうからである。もし試合が開始される前からその結果が明白ならば，十分な順位価値をその試合から感じ取ることは出来ない。そのため，そのリーグは観衆（消費者）に順位価値を供給する機関（生産者）としての役割を十分に果たすことが出来なくなってしまう。したがって，プロスポーツ・リーグにとっては，チーム間に極端な戦力差があることは非常に困った事態である。このため，チーム間の能力差が余りに開き過ぎないように，リーグの上部統括組織は以下のような措置を講じる可能性が高い。

1）新人選手にドラフト制度を導入する。
2）一つのチームが支払う選手報酬の総額に上限を設ける（キャップ制）。
3）各チームの収入（放映権等）の一部を共同管理下に置き，その共同管理下の資金をチーム間の戦力差が均等化するように各チームに（再）配分する。
4）試合のルールを変更して確率 ρ を引き上げる（つまり，能力差ではなく運によって勝敗が決まる確率を高める）。

上記の措置は，人々が当該リーグから感じ取り得る順位価値の値が極大化されるまで強化され続けることになるであろう。

3　順位選好の強さ

例3及び4で示されたように，$\gamma>1$ であることから，順位選好の作用（つまり，γ）によって能力の差異が増幅される形で報酬に大きな差異が生じる。仮令選手間の能力差に何ら変化がないとしても，人々の順位選好の強さが強くなれば（つまり，γ の値が大きくなれば），選手間の報酬差は大きくなる。r が P から 1 へと低下する（順位が高くなる）程，選手の能力（a_r）の高まりの程度よりもより急激に Ω_r と z_r は増加する。つまり，チームスポーツでスーパースターが生まれる条件として，やはり順位選好が強いことを欠かすことは出来ない。

なお，例3の示すところでは，もし $\gamma\,(>1)$ の値が非常に大きい場合（例えば，例3に当てはめれば，$\gamma>5$ の場合），選手の報酬は必ずしも指数関数的に増加する $P-r$ の関数によって近似出来るとは限らない。何故なら，γ の値が増加するにつれて，z_D の値は零に向かって減少し続け，最終的には負の値を取るようになってしまうからである。仮に或るチームが下位の選手に負の報酬（つまり，$z_D<0$）を提示したとしても，その選手はリーグには加入せず，結果として，各チームはリーグを維持するための十分な数の選手を集めることが出来なくなってしまう。したがって，敗者と勝者の順位価

値の相対的な相違が或る閾値（例えば，例3で言えば 5 未満の γ の或る値）を超えない場合に限って，リーグは存続し得ることになる。

しかし，プロスポーツ・リーグでは，一般に，最上位チームの順位価値が最下位チームの順位価値と大きく異なることはないと考えられる。何故なら，何れのチームの選手も一般人と比較すれば非常に優れた能力を持つ人々であることに相違はないからである。通常，プロスポーツが存在するスポーツの殆どには，数多くの二軍チームやアマチュア・チームが存在する。その中で最上位に位置するプロスポーツ・リーグは，こうした数多くのチーム（二軍やアマチュア・チーム等）の中における少数の最上位チームから構成されている。したがって，仮令リーグ内の最下位チームであっても，その他数多くのチーム（二軍やアマチュア・チーム等）の中から選び抜かれた最上位チームの一つであることには変わりはなく，人々もそう認識するであろう。このため，リーグ内の最上位のチームの順位価値がリーグ存続に係る閾値を超える程最下位チームの順位価値より大きくなることは，通常はないであろう。

第4節　チームスポーツにスーパースターが生み出される機序

第2章第2節及び第3節における考察結果に基づくと，チームスポーツにおける選手の報酬を以下のようにモデル化することが出来る。まず，順位 r の選手の能力が

$$a_r = \exp[\alpha(P-r)] \tag{27}$$

で表されるものとする。ここで，$\alpha(>0)$ はパラメーターで $a_P=1$ である。つまり，順位 P の選手（最下位の選手）の能力を1と基準化する。第2章第3節1で示されたように，r が減少する（つまり，順位が上がる）につれて，$\tilde{a}_r$ 及び Ω_r は指数関数的に増加する。さらに，第2章第3節2及び3で示されたように，γ 及び $p(\Psi)$ によってもたらされる効果によって，a_r の増加は増幅される形で Ω_r の増加となって現れる。

Ω_r は，順位 r の選手の報酬（z_r）と同一チームに所属するその他の $n-1$ 人の同僚選手の報酬から成る。もし P 及び n の値が十分に大きければ，その他の $n-1$ 人の同僚選手の報酬は近似的に全選手の平均報酬（$\bar{z}$）の $n-1$ 倍と等しくなる。したがって，順位 r の選手の報酬は，近似的に

$$z_r = \Omega_r - (n-1)\bar{z}$$

と表すことが出来る。故に，

$$z_r - z_{r+1} = \Omega_r - \Omega_{r+1}$$

となり，さらに，これの再帰・反復により，

$$z_r - z_P = \Omega_r - \Omega_P \tag{28}$$

となる。(28) 式より，順位 r の選手の報酬（z_r）を

$$z_r = \Omega_r + (z_P - \Omega_P) \tag{29}$$

と表すことが出来る。(29) 式は，z_r が Ω_r に正比例していることを示している。第 2 章第 3 節 1 で示されたように，r が P から 1 へと低下（順位が上がる）につれ，Ω_r は指数関数的に増加することから，z_r も同じく指数関数的に増加するこ

となる。さらに，前記の例並びに第２章第３節２及び３で示されたように，Ω_r は a_r よりも急激に増加する。結果として，順位 r の選手の報酬は，

$$z_r = (z_R - \delta) + \delta \exp[\alpha\beta(P - r)] \tag{30}$$

のようにモデル化することが出来る。ここで，$\beta\,(>1)$ 及び $\delta\,(>0)$ はパラメーターである。

選手の能力を表す（27）式と，選手の報酬を表す（30）式を比較すると，能力（a_r）と報酬（z_r）の何れも，最下位の選手から最上位の選手に向けて指数関数的に増加するものの，γ と $p(\Psi)$ のもたらす効果が存在することによって，報酬の増加はその対応する能力の増加を $\beta\,(>1)$）倍だけ増幅させた形でより大きく増加する。仮令 $\alpha\,(>0)$ が非常に小さくても，$\alpha\beta$ の値は非常に大きいということは十分にあり得る。つまり，仮令選手間の能力の差が非常に小さくても，選手間の報酬の差は非常に大きいということは十分にあり得る。したがって，チームスポーツにおいても，極一部の選手の報酬が他の多くの選手より極めて高くなること，すなわち，スーパ―スターが生まれることは十分にあり得る。

結論

本論文では，原嶋（2018）及び Harashima（2016, 2017）によって示された順位選好及び価値のモデルを基に，チームスポーツにおいてもスーパースターが生まれる機序を考察した。上記モデルでは，二つの価値が存在する。すなわち，実用価値と順位価値である。順位選好及び価値は，順位が上位の財・サービスの生産者に独占力をもたらす。もし家計の順位選好が十分に強いならば，最高順位の財・サービスの生産者はスーパースターに成り得る。

しかし，個人競技のスポーツと異なり，チームスポーツにおいて競っているのは個人ではなくチームである。本論文では，仮令こうしたチームスポーツであっても，個人がスーパースターとなり，他の選手より著しく高額な報酬を得ることが十分あり得ることであることを示した。その機序において核となっている要素は，チームの勝利確率がそのチームに上位選手が所属するかどうかに大きく依存している点である。順位選好の効果を含めて考えると，こうした性質があるが故に，最下位の選手から最上位の選手に向けてその報酬が指数関数的に増加することを示すことが出来る。その結果として，チームスポーツにおいても，最上位の選手がスーパースターになることが可能となる。

参考文献

原嶋　耐治（2018）「順位価値と順位選好―スーパースターの経済モデル―」『金沢星稜大学論集』第52巻第1号（通巻132号），27～40頁

Adler, Moshe (1985) "Stardom and Talent," *American Economic Review*, Vol. 75, pp. 208–212.

Adler, Moshe (2006) "Stardom and Talent," *Handbook of the Economics of Art and Culture*, Vol. 1, ed. Victor A. Ginsburgh and David Throsby, North Holland, Amsterdam.

Bayly, Karen L., Christopher S. Evans and Alan James Taylor (2006) "Measuring Social Structure: a Comparison of Eight Dominance Indices," *Behavioural Processes*, Vol. 73, No. 1, pp. 1-12.

Borghans, Lex and Loek Groot (1998) "Superstardom and Monopolistic Power: Why Media Stars Earn More Than Their Marginal Contribution to Welfare," *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, Vol. 154, No. 3, pp. 546–571.

Frank, Robert H. and Philip J. Cook (1995) *The Winner-Take-All Society*, The Free Press, New York.

Harashima, Taiji (2016) "Ranking Value and Preference: A Model of Superstardom," *MPRA* (*The Munich Personal RePEc Archive*) *Paper,* No. 74626.

Harashima, Taiji (2017) "The Mechanism behind Product Differentiation: An Economic Model" *Journal of Advanced Research in Management,* Vol. 8, No. 2. pp. 95-111.

Landau, H. G. (1951) "On Dominance Relations and the Structure of Animal Societies: I. Effect of Inherent Characteristics," *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, Vol. 13, No. 1, pp 1-19.

Rosen, S. (1981) "The Economics of Superstars," *American Economic Review*, Vol. 71, pp. 845–858.