

# 動学的一般均衡モデルとそのイスラム金融への応用

A Study on Islamic Finance in a Dynamic Equilibrium Model

木村 正信  
Masanobu KIMURA

## 〈概要〉

最終財部門、中間財部門の2部門から構成される動学的一般均衡モデルを用いて、イスラム金融が資源配分にもたらす影響を再検討する。イスラム金融を市場経済に委ねた場合、計画経済の場合と比較し、イスラム預金の取引額が過小となるが、政府が補助金を適切に活用すれば、最適水準の資源配分を達成できることを示す。

## 1. はじめに

動学的一般均衡モデルに独占的競争を取り入れて均衡経路を分析した研究には、Benhabib and Famer (1994), Famer (1999) がある。また、内生的成長理論に独占的競争を取り入れて均衡成長を分析した研究や文献には、Romer (1990), Grossman and Helpman (1991), Barro and Sala-i-Martin (2004), Aghion and Howitt (1998) などがある。これらの研究は最終財部門と中間財部門からなる2部門経済モデルである<sup>1</sup>。中間財部門は独占的競争状態で、独占的レントの存在を考慮に入れている<sup>2</sup>。

これら既存研究で導入されている中間財部門は、イスラム金融におけるイスラム預金（ムダーラバ）と類似している<sup>3</sup>。ムダーラバは、2人の取引者のうち、一方が資金を提供し、もう一方がその資金を使って事業を行う取引手法のことをいう。現代のイスラム銀行でムダーラバは預金を集め、融資を行うときに用いられる<sup>4</sup>。

銀行が預金を集める場合、預金者は資金提供者（ラップ・アル＝マール）となり、銀行が事業者（ムダーリブ）となる。よく知られているように、イスラム金融は利子（リバー）のない金融であるため、預金者は利子の代わりに、銀行の事業からの収益を受け取るという形式をとる<sup>5</sup>。したがって、銀行の資金運用の成否次第で、預金者が受け取る収益も影響を受けるのである。また、銀行が融資する場合、銀行は資金提供者（ラップ・アル＝マール）となり、資金を借りた企業が事業者（ムダーリブ）として事業を行い、銀行は利子の代わりにその事業からの収益を受け取るという形をとる。

このようなイスラム金融（預金と融資）は、中間財部門が家計の資本を用いて中間財を生産し、最終財部門が中間財を利用し事業を行うという、動学的独占競争モデルにおける中間財部門の働きと類似している。そのため、本稿では中間財部門をイスラム金融部門、中間財をイスラム金融サービス（融資など）、資本をイスラム預金と解釈して、イスラム金融が動学的一般均衡モデルにもたらす影響を再検討する。

ここで示される結論は、

- ・イスラム金融を市場経済に委ねた場合、計画経済の場合と比較し、イスラム預金の取引額が過小となる。
- ・政府が一括税によって税を集め、それをイスラム金融の預金者、あるいはイスラム金融から融資を受ける企業に対して補助金を提供すれば、市場経済にイスラム金融を委ねたとし、パレート最適を実現できる。

---

1 ただし、中間財は最終財を用いて形成されるため、実際は一部門経済である。  
 2 Romer (1990), Grossman and Helpman (1991), Barro and Sala-i-Martin (2004), Aghion and Howitt (1998) などのモデルは、中間財部門に加えて、新中間財を開発するイノベーション部門を設け、イノベーションにより次々と生まれる新しい中間財が、均衡においても持続的な経済成長力をもたらす原動力となっている。  
 3 イスラム金融の仕組みは長岡 (2011) 1章を参考にした。  
 4 本稿のムダーラバ以外にも、イスラム金融にはムラーバハ、イジャラ等の金融手法が存在する。詳細は長岡 (2011) 1章を参照。  
 5 リバー概念の歴史的経緯は長岡 (2012) 2章を参照。

本稿は以下のように構成される。2節で最終財部門とイスラム金融部門の行動を、3節で家計の行動を記述する。そして、4節でイスラム金融が存在する市場経済における資源配分の効率性を検討し、5節で資源配分の非効率性を是正するための補助金政策を検討する。最後の6節はまとめと展望である。

## 2. 企業の行動

家計、最終財企業、中間財企業の3タイプの経済主体が存在する、Benhabib and Famer (1994), Famer (1999) のモデルを考える<sup>6</sup>。家計は勤労所得を得て、最終財の購入、イスラム預金を行う。最終財企業はイスラム金融機関より金融サービスを受け最終財を生産し、家計に販売する。イスラム金融機関は家計からイスラム預金を集め、最終財企業に投資し利益を得る。利益は配当として家計（預金者）に分配する（図を参照）。

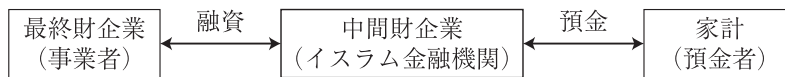


図 イスラム金融（ムダーラバ）

### 2.1 最終財企業

まず、最終財企業の行動について考えてみよう。前述したように、最終財企業はイスラム金融機関より金融サービスを受け最終財を生産する。簡単化のため、最終財は金融サービスのみを用いて形成され、 $t$ 期における最終財企業の生産関数は次のようにCES型で与えられると仮定する。

$$y_t = \left[ \int_{i=0}^1 x_{i,t}^\lambda di \right]^{1/\lambda}, (0 < \lambda < 1)$$

ここで、 $y_t$ は $t$ 期の最終財の生産量、 $x_{i,t}$ はタイプ $i$ の金融サービスの $t$ 期投入量である。金融サービスの種類は非常に多く、タイプ0からタイプ1の範囲( $i \in [0, 1]$ )で連続的に無数に存在している。生産関数の形状より、各金融サービスの限界生産性は他の金融サービスの投入量には依存しないため、金融サービスはお互いに代替財でも補完財でもない。さらに、最終財の技術は規模の収穫が一定であることも示している。

最終財をニュメレールとすると、最終財企業の $t$ 期の利潤は生産量よりイスラム金融機関に支払う手数料を差し引いたものとなるので、

$$y_t - \int_{i=0}^1 p_{i,t} x_{i,t} di$$

となる。ここで $p_{i,t}$ は $t$ 期に第 $i$ 金融機関に支払う金融サービス1単位あたりの手数料である。最終財市場は完全競争的で参入障壁がないため、利潤がなくなるまで新規の参入が続く。

利潤最大化の一階条件より、逆需要関数

$$\begin{aligned} p_{i,t} &= \left[ \int_{i=0}^1 x_{i,t} di \right]^{\lambda-1} x_{i,t}^{1-\lambda} \\ &= \left[ \left( \int_{i=0}^1 x_{i,t} di \right)^{1/\lambda} \right]^{1-\lambda} x_{i,t}^{1-\lambda} \\ &= \frac{x_{i,t}^{1-\lambda}}{\left[ \left( \int_{i=0}^1 x_{i,t} di \right)^{1/\lambda} \right]^{1-\lambda}} = \left( \frac{x_{i,t}}{y_t} \right)^{1-\lambda} \end{aligned} \quad (1)$$

が得られ、生産者は投入物と生産量の比率によって調整することがわかる。

6 このモデルにイノベーション部門を追加したものが、Romer (1990), Grossman and Helpman (1991), Barro and Sala-i-Martin (2004), Aghion and Howitt (1998) などのモデルとなる。

## 2.2 イスラム金融機関

イスラム金融機関は家計より預金を集め、金融サービスを形成し、それを最終財企業に提供する。ここで、最終財企業は完全競争的であるが、各金融機関*i*は金融サービス提供に対して差別独占で、同一の生産技術（コブーダグラス型生産関数）を用いて生産すると仮定する。

$$x_{i,t} = k_{i,t}^\mu l_{i,t}^\nu \quad \mu + \nu > 1$$

ここで、 $k_{i,t}$ はイスラム金融機関*i*が*t*期に集めたイスラム預金、 $l_{i,t}$ はイスラム金融機関*i*が*t*期に雇用する労働を表している。中間財の生産関数は $\mu + \nu > 1$ であるので、規模に関して収穫逓増である。

イスラム金融機関*i*の*t*期利潤 $\pi_{i,t}$ は、収入より労働者への賃金及び預金者への配当を差し引いたものであるので、

$$\pi_{i,t} = p_{i,t} x_{i,t} - q_{i,t} k_{i,t} - w_t l_{i,t}$$

となる。ここで $w_t$ は*t*期の賃金率、 $q_{i,t}$ は*t*期の金融機関*i*の預金配当利回りを表している。

イスラム金融機関は利潤を最大化するように行動するが<sup>8</sup>、自らが提供する金融サービスに対して独占力を有すると仮定しているので、逆需要関数(1)を用いて利潤を最大化する。利潤 $\pi_{i,t}$ に逆需要関数(1)を代入すると

$$\pi_i = \left( \frac{x_{i,t}}{y_t} \right)^{\lambda-1} x_{i,t} - q_{i,t} k_{i,t} - w_t l_{i,t}$$

となる。

利潤最大化条件より、

$$\lambda \mu k_{i,t}^{\mu-1} l_{i,t}^\nu p_{i,t} = q_{i,t} \quad (2)$$

となる。

イスラム金融機関は同一の技術を用いて利潤最大化を行うので、各金融機関で労働投入量、預金投入量、収入、手数料、配当利回りは等しくなる。

$$l_{i,t} = l_t, \quad k_{i,t} = k_t, \quad x_{i,t} = x_t, \quad p_{i,t} = p_t, \quad q_{i,t} = q_t$$

となる。したがって利潤最大化条件は

$$\lambda \mu k_t^{\mu-1} l_t^\nu p_t = q_t \quad (3)$$

とならなければならない。

$p_{i,t} = p_t$ 、 $x_{i,t} = x_t$ を最終財企業の利潤に代入すると、

$$y_t - \int_0^1 p_t x_t di = 0 \quad (4)$$

$$y_t = p_t x_t$$

となる。ここで、最終財部門は完全競争的であり、自由参入条件より、最終財企業の利潤はゼロとならなければならない。(4)を逆需要関数(1)に代入すると、金融サービス1単位あたりの手数料は1となることがわかる。

$$p_t = 1$$

すべての中間財生産者の利潤 $\pi_{i,t}$ の合計をとると、

$$\int_0^1 \pi_t di = \int_0^1 [p_t x_t - w_t l_t - q_t k_t] di$$

$$\pi_t = p_t x_t - w_t l_t - q_t k_t$$

となる。条件(4)より

$$y_t = w_t l_t + q_t k_t + \pi_t$$

したがって、最終財の生産は純利潤と賃金収入と配当収入の3つに分割されることがわかる。

### 3. 代表的家計の行動

代表的家計は時間選考率  $\rho$  で割り引いた通時的効用関数

$$\sum_{t=0}^{\infty} \left( \frac{1}{1+\rho} \right)^t \log c_t, 0 < \rho < 1$$

を最大化するように消費  $c_t$  を選択する。ただし、家計は最大化の際に以下の予算制約式に縛られるものとする。

$$c_t + (k_{t+1} - k_t) = (1 - \tau_l)w_t l + (1 - \tau_k)q_t k_t + \pi_t$$

ここで、 $k_t$  は  $t$  期におけるイスラム預金、 $q_t$  は  $t$  期におけるイスラム預金の配当利回り、 $l$  は固定労働供給、 $\pi_t$  は  $t$  期におけるイスラム金融機関からの純利潤、 $\tau_l$  は労働所得税率、 $\tau_k$  は配当所得税率である。

一階の条件より、

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{1}{1+\rho} [1 + (1 - \tau_k)q_{t+1}] \quad (5)$$

が得られる。この条件を(2)と合わせると、

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{1}{1+\rho} [1 + (1 - \tau_k)\lambda\mu k_{t+1}^{\mu-1} l^\nu]$$

となる。定常状態 ( $c_t = c_{t+1} = c, k_{t+1} = k_t = k, y_t = y_{t+1} = y$ ) では、

$$1 = \frac{1}{1+\rho} [1 + (1 - \tau_k)\lambda\mu k^{\mu-1} l^\nu] \quad (6)$$

となり、この条件は

$$\rho = (1 - \tau_k)\lambda\mu k^{\mu-1} l^\nu$$

を意味する<sup>7</sup>。

### 4. 社会計画者

このモデルの効率性を確認するため、社会計画者の問題を考える。市場経済には存在しない仮想的な社会計画者の存在を仮定する。社会計画者の目的は、以下の資源制約のもとで、代表的家計の行動を最大化するよう資源配分を決定することである。

$$y_t = k_t^\mu l_t^\nu = c_t + (k_{t+1} - k_t)$$

この社会計画者の問題の1階条件は

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{1}{1+\rho} (1 + \mu k_{t+1}^{\mu-1} l^\nu)$$

となり、定常状態では、

$$1 = \frac{1}{1+\rho} (1 + \mu k^{\mu-1} l^\nu) \quad (7)$$

となり、この条件は

$$\rho = \mu k^{\mu-1} l^\nu$$

を意味する。

次に、市場経済における均衡と計画経済における均衡とを比較する。配当所得税率がないとしたとき ( $\tau_k = 0$ )、市場経済の場合には、条件(6)と(7)より、定常状態における資本（イスラム預金）は計画経済の場合より小さくなることがわかる。

7 本稿のモデルは技術進歩率と人口成長率がないため、ゼロ成長の定常状態へ収束する。詳細はBenhabib and Famer (1994)を参照。

つまり、市場経済では計画経済の場合よりもイスラム預金が集まらず、低い生産水準にとどまることになる。この差はもちろぬイスラム金融機関の独占による非効率性から生じている。

### 5. イスラム金融に対する補助政策

市場経済の枠組みの中で、政府は労働所得税を用いて、家計（イスラム預金者）と最終財企業に対する補助金を考える。まず、最初に家計に対する補助金について考える。以下のように、(6)と(7)が等しくなるような配当所得税率を求めてみる。

$$(1 - \tau_k) \lambda \mu k^{\mu-1} l^\nu = \mu k^{\mu-1} l^\nu$$

$$\tau_k = -\frac{1-\lambda}{\lambda} (< 0)$$

これは、政府が配当所得に対して補助率（マイナスの資本所得税率） $(1-\lambda)/\lambda$ で補助金を提供すれば、市場はパレート最適な資源配分を実現できることを意味している。補助金の財源は労働所得税である。本モデルでは労働は非弾力的に $l$ だけ供給されると仮定しているの、労働所得税は資源配分の効率性を妨げない一括税と同様の働きをする。

次に最終財企業に対する補助金を考える。政府はイスラム金融機関から1単位金融サービスを受けるごとに、その価格 $p_t$ に対して $(1-\alpha)$ （ただし、 $0 < \alpha < 1$ ）の率で、最終財の生産者に補助金を与えると仮定する。ただし、補助金の財源は、家計に対する補助金と同様に、労働所得税（一括税）とする。このとき、補助金が与えられた後の金融サービスの価格は $\alpha p_t$ となる。

イスラム金融機関の利潤最大化行動より以下の条件が得られる。

$$\frac{1}{\alpha} \lambda \mu k_t^{\mu-1} l_t^\nu = q_t$$

この条件を(5)に代入すると、

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{1}{1+\rho} \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \lambda \mu k_{t+1}^{\mu-1} l_t^\nu \right)$$

となり、定常状態においては、

$$1 = \frac{1}{1+\rho} \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \lambda \mu k^{\mu-1} l^\nu \right) \tag{8}$$

となる。

そして、以下のように、(7)と(8)が等しくなるように補助率を求めてみる。

$$\frac{1}{\alpha} \lambda \mu k^{\mu-1} l^\nu = \mu k^{\mu-1} l^\nu$$

$$\alpha = \lambda$$

これは、最終財企業がイスラム金融からサービスを受けるごとに、 $(1-\lambda)$ の率で補助金を与えれば、市場はパレート最適な資源配分を実現できることを意味している。

このように、市場経済の働きを維持しながらも、補助金を適切に利用すれば、最適水準の資源配分を達成することができる。

### 6. おわりに

本稿では、Benhabib and Famer (1994), Famer (1999) による動学的独占競争モデルの中間財部門を金融部門（イスラム金融機関）と解釈して、経済がパレート最適を実現するための経済政策を検討した。本稿で展開したモデルは、定常状態の成長率がゼロになるという点において、市場の失敗を取り入れたRamseyの最適成長モデルの応用となっている。

しかし、Romer (1990), Grossman and Helpman (1991), Barro and Sala-i-Martin (2004), Aghion and Howitt (1998) などの、均衡においてある一定率で成長が持続するモデル（内生的成長モデル）を用いたとしても、本稿の分析と同様の展開が可能であると期待できる。この分析については次回の課題としたい。

また、イスラム金融において、預金者が手にする利益は銀行の事業の成否に依存する。しかし、本稿は確定的モデルで

分析しているため、預金者の元本割れのリスクは事実上存在しない。したがって、銀行事業の成否に関して確率的要素を導入して、モデルを拡張する余地も残されている。

---

## 参考文献

長岡慎介 (2011) 『現代イスラム金融論』 名古屋大学出版会

Aghion, P and P. Howitt (1998) *Endogenous Growth Theory*, MIT Press.

Barro, R. J and X. Sala-i-Martin (2004) *Economic Growth*, second edition, MIT Press.

Benhabib, Jess and Roger E. A. Farmer (1994). "Indeterminacy and Increasing Returns," *Journal of Economic Theory*, 63, 19-41.

Grossman, G. M and E. Helpman (1991) *Innovation and Growth in the Global Economy*, MIT Press.

Romer, Paul M. (1987). "Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization," *American Economic Review*, 77, 2, 56-62.

Romer, Paul M. (1990). "Endogenous Technological Change," *Journal of Political Economy*, 98, 5, S71-S102.