

# 物価上昇率及び実質金利が何故これ程低いままなのか

## — 低位で漂流する実質金利及び物価上昇率の機序 —

Why Are Inflation and Real Interest Rates So Low?  
A Mechanism of Low and Floating Real Interest and Inflation Rates

原 嶋 耐 治  
Taiji HARASHIMA

### 〈要 旨〉

リーマンショックに象徴される世界同時不況の後、多くの先進国に於いて実質金利と物価上昇率が非常に低い水準のまま推移している。本論文では、何故実質金利と物価上昇率がこのように低率のまま漂流するのか、その機序をパレート非効率経路ナッシュ均衡の概念と物価の運動法則に基づいて考察する。考察の結果、このナッシュ均衡におけるパレート非効率な経路上では、資本の限界生産力と実質金利の間の連結が切断されてしまうことが示される。その結果、拠り所を失った実質金利は物価上昇率と一緒に共に漂流してしまう。しかし、漂流するとしてもその範囲には上限と下限が存在し、その結果、実質金利は資本の限界生産力より低い率で、物価上昇率は物価上昇率目標より低い率で漂流する可能性が高い。

JEL Classification code: E21, E22, E31, E32, E43, E52, E62, G21

### 〈キーワード〉

金融政策, 銀行行動, 財政政策, 実質金利, 資本の限界生産力, パレート効率,  
物価上昇 (インフレーション), 物価下落 (デフレーション)

### はじめに

リーマンショックに象徴される世界同時不況が起きて以降、多くの先進国に於いて実質金利は歴史的に見て非常に低い水準のまま推移している (International Monetary Fund, 2014, King and Low, 2014, Bean et al., 2015, Council of Economic Advisers, 2015, Hall, 2016)。しかも、歴史的に見て低だけでなく、通常想定されるような資本の限界生産力 (以下、「限界生産力」と略す) の値よりも低い値で実質金利は推移していると見られている。なお、理論上、資本の限界生産力は定常状態において家計の時間選好率と一致し、また、時間選好率の値は通常年4%程度と仮定されることが多い (Harashima, 2016a 参照)。

実質金利と同時に、物価上昇率も多くの先進国に於いて非常に低い水準のまま推移している (Kiley, 2015, Arias et al., 2016, Ciccarelli and Osbat, 2017)。さらに、物価上昇率は、多くの国の中央銀行が想定していると考えられている物価上昇率目標 (Target inflation rate) (一般に2%) より低い値で漂流している。例えば、日本銀行は2%の物価上昇率目標の達成に向けて巨額の資金を金融市場に継続的に注入し続けているが、日本の消費者物価指数は1990年代以降1%から-1%の間を彷徨っている。理論上は、物価上昇率は物価上昇率目標に収斂していくはずである。しかし、実際には、多くの先進国で、物価上昇率は理論が予測するように物価上昇率目標水準に達することなく、10年以上に亘ってそれを下回ったまま推移している。

このように実質金利が低率のままであり続ける理由として、Bean et al. (2015) は、貯蓄性向の上昇と投資性向の低下が同時に進行している中で、貯蓄 (投資) が金利に対して余り感応的でなくなってきたことを挙げている。また、Thwaites (2015) は、人口構造、不平等、新興経済が重要な役割を果たしており、これらの要因が共通して貯蓄を促進さ

せるように働いたという考えを示した。一方、Hall (2016) は、低い実質金利は投資家の構成が危険回避度の高い人々から低い人々に比重が移ったためであると主張した。以上で示した説は、一見すると相互に関連が無く共通点も無いようにも見えるが、「家計の貯蓄が積み上がる中で、企業の投資は低迷している」という見方をしている点では共通している。

一方、物価上昇率が低いままである理由に関しては、或る種のフィリップス曲線を用いることで、弱い国内需要やその他の循環的要因によって説明出来る可能性がある (Coibion and Gorodnichenko, 2015, Conti et al., 2015, Del Negro, 2015, Arias et al., 2016, Ciccarelli and Osbat, 2017)。しかし、フィリップス曲線に関しては、その推計方法や解釈を巡って様々な議論がなされており、それを単純に用いることには批判的な見方も少なくない。一方、別の理由として、何らかの構造的要因が物価上昇率に影響を与え、そのため物価上昇率が低いままとなっている可能性も指摘されている。構造的要因としては、特に人口構造と技術進歩に係る要因が注目を集めてきた。例えば、人口に占める生産年齢人口の比率が低下していることが物価上昇率に負の影響を及ぼしている (Anderson et al., 2014; Deroose and Stevens, 2017), e-コマースの拡大が物価上昇率を低下させている (Ciccarelli and Osbat, 2017) 等の要因が指摘されている。しかし、それらが実際にどれ程大きな影響を与えているかは必ずしも十分に明らかにされてはいない。

本論文では、何故実質金利と物価上昇率が低い率のまま漂流を続けるのか、その機序を上述の様々な説とは異なる観点から考察する。ただし、完全に異なっているという訳でもなく、本論文で示す説明と Bean et al. (2015), Thwaites (2015), Hall (2016) の説明には一部で共通している面もある。それは、決定的な役割を果たしているものは人々の投資行動の変化であると考えている点である。ただし、何故人々の投資行動に変化が生じたのかという点に関しては、本論文の示す機序と Bean et al. (2015), Thwaites (2015), Hall (2016) で示されたものは全く異なっている。

前述のように、低率で漂流する実質金利と物価上昇率という現象は、リーマンショック後の世界同時不況以降観察されているものである。したがって、この漂流現象を考察するためには、そもそも何故世界同時不況が起きたのか、その理由をまず考察する必要がある。この点に関し、Harashima (2016a) は、世界同時不況が起きた原因を「パレート非効率経路ナッシュ均衡」の概念に基づいて説明している。パレート非効率経路ナッシュ均衡は原嶋 (2018a) 及び Harashima (2004a, 2009, 2016a, 2016c, 2017) で示されている概念であり、このナッシュ均衡の重要な点は、家計がパレート非効率な経路を合理的に選択する可能性があることを示している点である。パレート非効率な経路が選択されるということは、世界同時不況や大恐慌のような現象が生じる可能性があることを意味する。さらに、パレート非効率経路ナッシュ均衡に基づく、急激で大幅な技術退化や価格調整過程における持続的な摩擦を仮定することなしに世界同時不況の発生を説明出来る。この点もこの説明の持つ長所と言える。

漂流現象を考察するためには、さらに別にもう一つ、物価上昇がどのような機序に基づいて決まっているのかを考える必要がある。この点に関し、本論文では、原嶋 (2013, 2016, 2018b) 及び Harashima (2004b, 2006, 2007a, 2007b, 2008a, 2008b, 2013, 2016b) で示されている物価の運動法則とそれに基づく物価モデルを用いることとする。その理由は、この物価モデルが、何故物価上昇率が持続性を有する (すなわち、トレンドを有する) のか、その機序をミクロ的な基礎に立って説明しているものであるからである。広く用いられている Galí and Gertler (1999) に始まる混合新ケインズ派フィリップス曲線 (Hybrid new Keynesian Phillips curve) では、場当たりの過去の物価上昇率をモデルに加える必要があったが、この物価モデルでは、物価上昇率の持続性を説明するためにそのような場当たりの仮定を置くことを要しない。

考察の結果、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては限界生産力と実質金利の間の連結が切断されることが示される。この切断の結果、実質金利はその拠り所を失い、限界生産力とは無関係に漂流することになる。一方、物価上昇率に関しては、中央銀行が十分に独立性を有している場合には加速も減速もせず、前述の物価の運動法則に則った形で安定しその近傍で確率的な変動を示す。しかし、こうした中で、仮にゼロ金利制約に直接的に拘束される経済状況に陥ってしまい、中央銀行が名目金利を 0 に保たざるを得なくなった場合には、物価上昇 (下落) 率は「0 - 実質金利」と等しい状態で固定され、結果として物価上昇 (下落) 率は実質金利と連結されることになる。このため、物価上昇率も、実質金利と相伴って、物価上昇率目標や限界生産力とは無関係に漂流することになる。しかし、漂流するとは言っても、その率には上限と下限が存在する。この枠があるため、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、平均すると、実質金利は限界生産力より、そして、物価上昇率は物価上昇率目標より低い値となる可能性が高い。なお、こうした性質があるために、深刻な不況や恐慌が安定化した後の時期において、失業率、物価上昇率、実質金利のいずれもが長期に亘って低い値をとり続ける可能性が存在する。

## 第1章 漂流する実質金利

### 第1節 実質金利と限界生産力

#### 1 実質金利

実質金利の値は直接的には知ることが出来ない。したがって、多くの場合、それは物価連動国債の利回りで代用されるか、或いは、市場で観察される国債の名目金利から期待物価上昇率の推計値や足元の物価上昇率を差し引いた値のように間接的に様々な方法で推計した値で代用される。こうした中、本論文では、単純化して考えて、「実質金利」を「市場で観察される国債の名目金利から足元で観察された物価上昇率を差し引いて得られる値」と定義する。したがって、 $r_t$  を実質金利、 $i_t$  を期間  $t$  において市場で観察された国債の名目金利、 $\pi_t$  を期間  $t$  において観察された物価上昇率とすると、

$$r_t = i_t - \pi_t \quad (1)$$

となる。

なお、物価上昇率への攪乱が独立同分布であるとする、上記のように定義された実質金利は、平均すると、「市場で観察される国債の名目金利から期待物価上昇率を差し引いて得られる値」と等しくなる。

#### 2 実質金利と限界生産力との間の連結

限界生産力は  $\frac{\partial y_t}{\partial k_t}$  で表される。ここで、 $y_t$  及び  $k_t$  はそれぞれ期間  $t$  における一人当たり生産と資本である。ここで、経済は定常状態に在る、或いは、定常状態に向かう鞍点経路に在るとする。標準的な経済理論に基づくと、民間部門の実質金利は限界生産力と等しくなる。さらに、実質金利も平均すると限界生産力と等しくなる。すなわち、

$$r_t = \frac{\partial y_t}{\partial k_t} \quad (2)$$

となる。「平均すると」という言葉が加えられた理由は、平均すると観察される物価上昇率と期待物価上昇率は等しくなると考えられるからである。(2) 式が成り立つ根拠は以下のようなものである。経済が定常状態或いは鞍点経路に在ることから、政府が新規国債を発行するとしても、それは意図的にこの状態から逸脱しようとするが為ではなく、単に収入を税から借入に切り替える（つまり、現時点では減税し、将来国債を償還する時点で増税する）為ということになる。しかし、

経済が定常状態或いは鞍点経路に在ることから、過剰な貯蓄は経済には存在しない。したがって、もし  $r_t < \frac{\partial y_t}{\partial k_t}$  ならば、民間部門への投資から新規に発行される国債の購入に切り替えようとする投資家は現れないであろう。一方、もし  $r_t > \frac{\partial y_t}{\partial k_t}$  ならば、国債への過剰需要が発生することになる。しかし、この過剰需要は  $r_t$  がこの過剰が存在するがために低下していくことで最終的には解消される。その結果、 $r_t$  は (2) 式が示すところで安定化する。つまり、実質金利が (2) 式を平均的に満たす時のみ政府による新規国債売却は可能となる。経済が定常状態或いは鞍点経路に在ることから、(2) 式を満たす金利水準で国債が売買されるということは、政府が国債販売額と同額の減税をすることを意味することになる。経済主体は、現時点での減税の結果将来増税されることを十分に理解していることから、現時点における減税に反応して消費を増加させることはない。その代り、減税で浮いた資金を民間部門への投資に回す。結果として、定常状態或いは鞍点経路における資本や消費の水準は、(2) 式が平均して満たされる中で、政府の新規国債発行の後も何ら変化しないまま同じ水準に保たれる。この論理は、基本的にリカードの等価命題 (Ricardian equivalence proposition) と同じものであると言える。

(2) 式は、限界生産力と実質金利の間が強固に連結されていることを示している。言い換えれば、限界生産力は実質金利が漂流しないようにするための錨の役目を果たしている。このように、経済が定常状態或いは鞍点経路に在る場合には、実質金利は限界生産力と等しくなるような制約を強く受けることになる。

## 第2節 パレート非効率経路ナッシュ均衡

原嶋 (2018a) 及び Harashima (2004a, 2009, 2016a, 2016c, 2017) は、定常状態を変化させるショックが生じた場合には、家計がパレート非効率な移行経路（つまり、パレート非効率経路ナッシュ均衡）を合理的に選択する可能性があることを示した。本節では、こうしたナッシュ均衡が生じる機序を簡単に説明する。

家計は相互に非協力的かつ危険回避的で、全て同一で永久に存在し続けるものと仮定する。また、家計の数は十分に大きいものとする。各家計は、制約条件

$$\frac{dk_t}{dt} = f(A, k_t) - c_t$$

の下で、期待効用

$$E \int_0^{\infty} \exp(-\theta t) u(c_t) dt$$

を最大化するように行動する。ここで、 $c_t$  は期間  $t$  における消費、 $A$  は技術、 $u$  は効用関数、 $y_t = f(A, k_t)$  は生産関数、 $\theta (> 0)$  は時間選好率、 $E$  は期待演算子である。

ここで、期間  $0$  において、代表的家計の時間選好率を上方に跳躍させる（増加させる）ショックが生じたとする。なお、原嶋 (2019) 及び Harashima (2018) によれば、時間選好率ショックは「最適状態における資本賃金比へのショック」と同値であるが、本論文では時間選好率ショックが生じたものとして考察する。時間選好率の上方跳躍ショックによって、定常状態は元々在った「事前定常状態」から「事後定常状態」へと移動する。家計はこの定常状態の変化に対応して消費をどのように変化させるかという問題に直面することになるが、単純化のために各家計は二つの選択肢の中からそのいずれかを選ぶものとする。第一の選択肢は、消費を大きく上方に跳躍（増加）させる選択肢「J」である。この場合、家計は消費を即座に大幅に上方に跳躍させ、その後事後定常状態に向かうパレート効率な鞍点経路を進んで行くことになる。第二の選択肢は、消費を跳躍させない選択肢「NJ」である。この場合、家計は消費を跳躍させることなく、事前定常状態から事後定常状態へと消費を単調に徐々に減少させていく。NJ 選択肢を選択した家計は、期間  $s (\geq 0)$  に事後定常状態に到達する。両選択肢の間では消費に相違が生じるが、期間  $t$  におけるその相違を  $b_t (\geq 0)$  とする。 $b_t$  の存在は、過剰な資本が存在しそれを廃棄する必要が生じる可能性が存在することを示している。

家計はいずれの選択肢を選択するであろうか。この点に関しては、NJ 選択肢を選択する可能性がかなり高いと考える理由がある。危険回避的な家計は生来的に消費の非連続的な変化を嫌い、消費の流列を滑らかなものにしたいという強い欲求を持っているが、J 選択肢の場合、家計は非連続的に急激かつ大幅に消費を増加させなければならない。このため、家計は J 選択肢を避けようとする可能性が高いのではないかと考えられる。

ショック後の家計の期待効用は、J と NJ のどちらの選択肢を選択するかによって変わってくる。ここで、Jalone を「或る一つの家計は J 選択肢を選択するものの、他の家計は全て NJ 選択肢を選択する」場合、NJalone を「或る一つの家計は NJ 選択肢を選択するものの、他の家計は全て J 選択肢を選択する」場合、Jtogether を「全ての家計が J 選択肢を選択する」場合、NJtogether を「全ての家計が NJ 選択肢を選択する」場合を示すものとする。さらに、Let  $p (0 \leq p \leq 1)$  を、或る家計が「他の家計は J 選択肢を選択する」と考える主観的な確率とする。したがって、或る家計が J 選択肢を選択した場合のその期待効用は、

$$E(J) = pE(Jtogether) + (1-p)E(Jalone)$$

となり、また、NJ 選択肢を選択した場合には、

$$E(NJ) = pE(NJalone) + (1-p)E(NJtogether)$$

となる。ここで、 $E(Jalone)$ ,  $E(NJalone)$ ,  $E(Jtogether)$ ,  $E(NJtogether)$  は、それぞれ当該家計の選択が *Jalone*, *NJalone*, *Jtogether*, *NJtogether* であった時の期待効用である。各家計は、他の家計が行う選択を十分に考慮しながら、*J* と *NJ* のどちらの選択肢を選択するか戦略的に考えた上で決定する。原嶋 (2018a) 及び Harashima (2009) では、通常十分に有り得る条件の下において、もし  $p = p^*$  ならば  $E(J) - E(NJ) = 0$ 、また、もし  $p < p^*$  ならば  $E(J) - E(NJ) < 0$  となるような  $p^*$  ( $0 \leq p^* \leq 1$ ) が存在することが示されている。つまり、パレート非効率な経路を家計が合理的に選択する可能性が存在する。

ここで、家計の数は  $H (\in N)$  であり、 $H$  は十分に大きい数であるとする。また、或る家計  $\eta (\in H)$  が *J* 選択肢を選択する確率を  $q_\eta$  ( $0 \leq q_\eta \leq 1$ ) とする。家計が *J* と *NJ* のどちらの選択肢を戦略的に選択するかという状況は、 $H$  次元対象混合戦略ゲームで表現することが出来る。原嶋 (2018a) 及び Harashima (2009) では、この混合戦略ゲームにおけるナッシュ均衡は、以下の戦略の組 (Strategy profile)

$$(q_1, q_2, \dots, q_H) = \{(1, 1, \dots, 1), (p^*, p^*, \dots, p^*), (0, 0, \dots, 0)\}$$

であることが示されている。さらに、原嶋 (2018a) 及び Harashima (2009) によると、家計が「生起確率が未知の場合には、もしそれが生じた時には最悪の結果となる事態を含む選択を忌避する」という最悪回避の選好を持っているとすると、家計は  $p$  の値を非常に小さく推測し、*NJtogether* (0, 0, ..., 0) 均衡、すなわち、パレート非効率経路ナッシュ均衡を選択する。

パレート非効率経路ナッシュ均衡では、パレート非効率の状態となっていることから資本は過剰となっており、そのため未利用資源 ( $b_t$ ) が継続的に生成されそして破棄されることになる。このような状況は、不況さらには恐慌に陥っていることを意味する (原嶋, 2018a 及び Harashima, 2004a, 2009, 2016a, 2016c, 2017)。なお、Harashima (2014b) では、そもその出発点である代表的家計の時間選好率へのショックがどうして生じるのか、その発生の機序が示されている。この種のショックが生じる主たる理由は、各家計が代表的家計の時間選好率の期待を持続可能な非均質性の下で行わなければならないことにあるとしている (Harashima, 2014a, 2014b)。

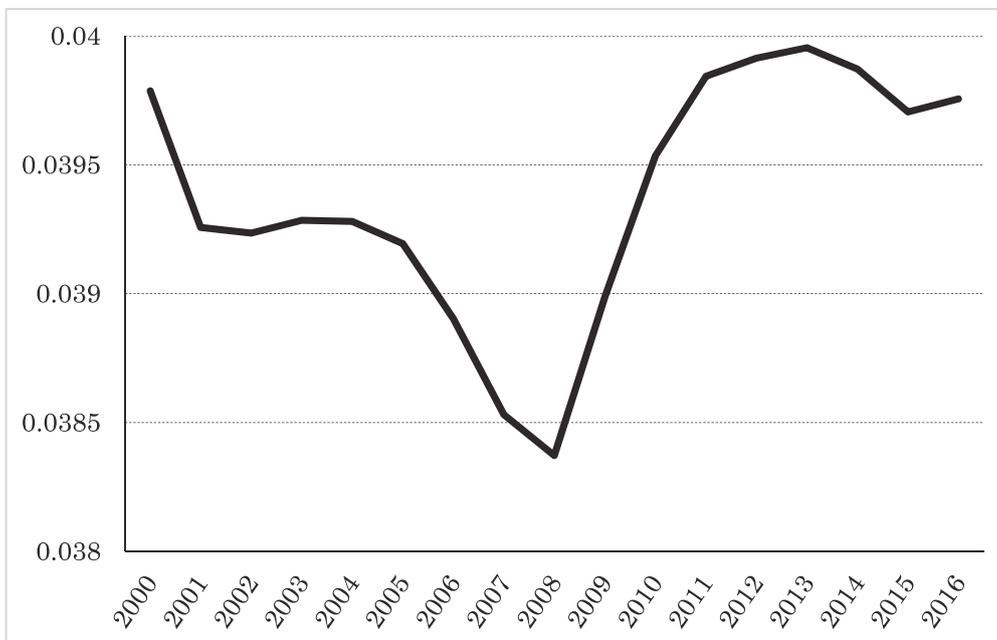


図1：アメリカの限界生産力の推計値

代表的家計の時間選好率が上方に跳躍すると、その結果定常状態は変化する (すなわち、事後定常状態に移る) が、この事後定常状態と整合的になるように限界生産力は上昇を始める。図1は、アメリカの2000年以降の限界生産力の推計値である。推計方法は Harashima (2016a) で用いされている方法と同じであり、その概要は付録に示されている。なお、注目しているのは限界生産力の変化であってその絶対的な水準ではないことから、2000年時点における限界生産力の値は

4 %近傍の適当な値を選んで恣意的に置いたものである。図1を見ると、「はじめに」で記したように世界同時不況の後実質金利が大きく低下したことが観察されているにも係わらず、推計された限界生産力の値は逆に上昇していることが分かる。推計値の場合は勿論その置く仮定によって大きく値が異なることがあるのであるが、世界同時不況の後投資が大幅に減少し、それに伴って資本ストックの増加率も低下したことを考えると、図1で示されている傾向は、全体としてみるとかなり自然なもので納得し得る姿を示しているのではないかと思われる。

### 第3節 合理性

一般に、合理的期待はモデル整合的な期待を意味していると考えられている。合理的期待に基づくモデルでは、経済主体は、全ての利用可能な情報を利用して、その頭に描く経済モデルの計算結果から得られる最適解に基づいて行動する。こうした行動の意味することは、経済主体は原則として定常状態と整合的になるように行動するということである。何故なら、全ての利用可能な情報を利用するという事は、そこで使用されるモデルが無限の将来に亘る期間を対象とする動学モデルであることを求めるものであり、そのモデルにおける最適解は原則として定常状態を示すからである。つまり、合理的期待の下では、経済主体は定常状態と整合的になるように行動する。したがって、一時的な攪乱から長期的な影響を受けることはない。合理性は人間の基本的性質と考えられることから、合理性は原則としてどのような状況に対しても貫徹されることになるであろう。したがって、パレート非効率経路ナッシュ均衡においてもそれは貫徹されることになるであろう。

パレート非効率経路ナッシュ均衡においても定常状態と整合的になるように行動するということが意味するところは、パレート非効率経路ナッシュ均衡（すなわち、合理的に選択されたパレート非効率）においては、たとえ実質金利が殆ど0であっても、いかなる企業もその合理性の故に基本的に追加的な投資を行うことはないであろうということである。さらに、たとえ銀行預金の名目金利が殆ど0であっても、家計は、それが定常状態と整合的にあるならば、その合理性故に銀行への預金を続けることになるであろうということである。

### 第4節 パレート非効率経路ナッシュ均衡において漂流する実質金利

#### 1 パレート非効率経路ナッシュ均衡における投資、貯蓄、貸出

##### 1.1 投資

第1章第3節で示されたように経済主体は常に定常状態と整合的になるように行動を行うのであれば、そのことを企業の行動に当てはめて考えると、企業は足下の利益よりも持続可能性や生存性を優先させて行動するということになる。何故なら、定常状態は持続性さらには永続的な安定性を意味しているからである。なお、静学モデルにおいては、当然ながら持続性や永続的な安定性は基本的に問題とはならないことから、企業を「足下の利益の最大化を最優先に行動する経済主体」と仮定することは可能である。しかし、動学モデルにおいては、持続性や永続的な安定性の問題は企業行動を考える上で極めて重要な問題となる。ある場合には、企業が長期に亘って存在し続けるためには、足下における低い利益さらには赤字すらも覚悟することこそが最善の戦略となることもあるかもしれない。パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、特にそのような状況に陥る可能性が高いと考えられることから、この問題は一層重要な問題として考えなければならないであろう。

第1章第2節で示されたように、パレート非効率経路ナッシュ均衡では過剰資本と  $b_t$  が存在し、資本を事後定常状態における水準まで減少させる必要がある。このような状況においては、仮に追加的な投資を行ったとしても失敗する可能性が高い、すなわち損失を被る可能性が高いであろう。このような明らかに最終的には損失が生じる投資であることを承知の上で投資を行うような企業は、当然ながら長く存在し続けることは出来ないであろう。したがって、企業は定常状態と整合的に行動するという前提に立つと、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、たとえ銀行の企業への実質貸出金利（銀行の名目貸出金利から物価上昇率を差し引いたもの）が非常に低く限界生産力よりも低いものであったとしても、多くの企業は追加的な投資を行うことはないであろう。ただし、実際には、パレート非効率経路ナッシュ均衡であっても、旧式化した機械を置き換えたり新技術を導入したりするための投資であれば、その限りにおいて企業は投資を行うであろう。しかし、本論文では、単純化のために、資本減耗や技術進歩は存在せず、故にこの種の投資は存在しないものと仮定して考察を進めることとする。

ここで、投資が行われた場合、それが破綻するまでの期間は每期利益をあげ、破綻した時には損失を被るものとする。さらに、企業は投資を行うためには銀行から借り入れなければならない、銀行の実質貸出金利は実質金利と等しいとする。

さて、企業は、もし

$$E \left[ \sum_{t=0}^v (\mu_t - r_t) - l \right] > 0 \quad (3)$$

が満たされるならば、新規投資を行うであろう。ここで、 $\mu_t$  は期間  $t$  における投資の実質利回り（投資の名目利回りから物価上昇率を差し引いたもの）、 $v (> 0)$  は当該投資が破綻する時期、 $l$  は当該投資の初期投資額で、かつ、期間  $v$  において破綻した時に被る損失額も示す。したがって、 $E(v)$  は破綻するまでの期間の長さの期待値ということになる。 $E(v) = \infty$  は当該投資が永久に破綻しないと期待されていることを意味し、この場合には  $E(l) = 0$  である。

正常な時期（すなわち、パレート非効率経路ナッシュ均衡ではない時）には、もし鞍点経路上で  $r_t > \theta_P$  ( $\theta_P$  は代表的家計の時間選好率を示す) となっている場合には、 $E(v)$  の値が非常に大きくなることから、条件 (3) 式を満たす投資機会は数多く存在することになる。そのため、定常状態に到達するまでの過程で数多くの投資が行われることになるであろう。しかし、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、過剰資本が存在するため、 $E(v)$  の値は正常な時期と比較すると非常に小さくなる。何故なら、定常状態と整合的に行動する経済主体は、定常状態と整合的となるようにしか商品を購入しないからである。より直感的に言えば、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、需要が減退しているため、追加的な投資をしても直ぐに破綻してしまう可能性が高い。なお、ここで言う「追加的」は、定常状態と整合的な状態から乖離することを意味している。したがって、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、多くの投資機会でも  $E(v)$  の値がかなり小さくなるため、

$$E \sum_{t=0}^v (\mu_t - r_t) < E(l)$$

となる。そのため、如何に銀行の実質貸出金利（すなわち、実質金利  $r_t$ ）が非常に低くても、条件 (3) 式を満たすことは難しくなるであろう。結果として、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、追加的な投資が殆ど行われなくなる可能性が高くなる。

なお、パレート非効率経路ナッシュ均衡においても持続可能な追加的投資が可能な場合もあるかもしれないが、仮にそうした追加的投資行われたとしても、他の既存資本の一部が当該追加的投資と同価値分だけ破却されることになるであろう。

## 1.2 貯蓄及び貸出

パレート非効率経路ナッシュ均衡においては追加的投資が殆ど行われれないということは、実質金利が非常に低くても企業が銀行から新規融資を受けることが殆どなくなることを意味する。このため、銀行から見ると、新規融資先の開拓が非常に困難な状況に陥ることを意味する。一方、実質金利が非常に低くても銀行は利潤を確保しなければならないから、銀行の実質預金金利も非常に低くなる。

このように、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては実質預金金利が非常に低くなるのであるが、それでも家計は依然として銀行に新たな預金をし続けることになる。何故なら、第1章第2節で示されたように、その消費水準がパレート効率を満たす水準より低いため新たな貯蓄が生じ続けるからである。しかし、一方で、こうして多額の追加的な預金を引き受けることになる銀行の方では、前述のように、追加的な融資先を見つけることが困難な状況に陥っている。その結果、多額の過剰資金が銀行内部に溜まっていくことになる。もしここで政府が介入しなければ、この預金と貸出の間の大きな相違は、何らかの破滅的な形、例えば幾つかの銀行の破綻によって埋められざるを得なくなるであろう。

なお、この非常に低い実質預金金利は、家計が銀行から受け取る利子収入が、正常な状態の時期と比べパレート非効率経路ナッシュ均衡の時にはより低くなることを意味する。このことは、最終的には破棄せざるを得ない過剰資本を、低い実質預金金利（つまり、低い実質金利）という形で逐次徐々に破棄していきっていると解釈することも出来る。つまり、家計の銀行への預金がより生産的ではない案件（つまり、国債）に投資されるという形で過剰資本が処理されていく。

### 1.3 貯蓄と貸出の相違を埋める国債発行

しかし、もし政府が介入するならば、こうした状況を劇的に変えることが出来る。つまり、もし政府が追加的にかなりの額の新規国債を発行するならば、多くの銀行が破綻することなく存続し続けることが出来るようになる。何故なら、銀行はこの新規国債を購入することによって預金量と貸出量の間大きな相違を埋めることが出来るからである。たとえ実質金利が非常に低くても、銀行から見れば、利益の上がらない資金をただ持っているよりも国債を購入した方が良い。逆に言えば、実質金利が非常に低くなり仮にそれが限界生産力より低くなったとしても、銀行は追加的に国債を強く需要し続けることになる。この結果、実質金利と限界生産力は継続的に乖離し続けることになる。このことは、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては両者が異なる機序で別々に決定されている可能性が高いことを示している。

Harashima (2017) が示すように、預金量と貸出量の間相違を国債の追加的発行で埋める場合、経済が事後定常状態に到達する時期を大幅に遅れることになる。つまり、事前定常状態から事後定常状態への移行期間が大幅に長引くことになる。これに伴って、政府が介入を続ける場合、実質金利と限界生産力が別々の機序で決定される期間もより長期に亘ることになる。

なお、もし十分な量の国債が金融市場に供給されない場合、或いは、中央銀行がそれを大量に吸収してしまう場合、やはり幾つかの銀行が破綻してしまうことになるかもしれない。何故なら、これらの銀行は国債を購入することで得られる利益を十分に得られないからである。前述のように、パレート非効率経路ナッシュ均衡は不況或いは恐慌を意味することから、それが生じた時には多くの中央銀行は景気対策として大量の国債を購入（つまり、量的緩和の実施）する誘惑に駆られるかもしれない。しかし、それが過剰なものとなる場合には、上記のように逆にむしろ銀行を傷付けることになってしまうかもしれない。

## 2 パレート非効率経路ナッシュ均衡における実質金利と限界生産力間の連結の切断

第1章第1節で示されたように、正常な時期には実質金利と限界生産力の間は強く連結されており、(2)式が示すように平均すると実質金利と限界生産力は等しくなる。しかし、第1章第4節1で示されたように、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、実質金利と限界生産力はそれぞれ別の機序によって決定される。つまり、限界生産力はもはや実質金利のための錨の役割を果たしておらず、そして、実質金利と限界生産力が等しくなるような制約は存在せず、最早(2)式は成立しない。さらに、第1章第4節1.1及び1.2で示されたように、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、基本的に実質金利は限界生産力より低くなる可能性が高い。つまり、

$$r_t < \frac{\partial y_t}{\partial k_t}$$

となっている可能性が高い。

## 3 漂流する実質金利

パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、限界生産力が錨としての役割を果たさないことから、実質金利は漂流することになってしまう。つまり、その値は各期の国債の需給及び物価上昇率を直接的に反映して様々な値を取り得ることになってしまう。ここで重要な点は、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、実質金利がどのような値をとろうが、それが消費や投資の経路に影響を与えることはないということである。何故なら、第1章第3節で示したように、経済主体はたとえパレート非効率であっても定常状態と整合的になるよう行動するからである。

なお、Harashima (2017) で示されているように、資本が事後定常状態の水準に近付き過剰資本や  $b_t$  が減少した場合、或いは、 $b_t$  の多くが新規国債発行による政府支出によって埋め合わされる場合には、失業率は低下していくことになる。しかし、一方で、過剰資本や  $b_t$  が非常に低い水準まで減少した場合であっても、或いは、 $b_t$  の殆ど全てが政府支出によって埋め合わされる場合であっても、少しでも過剰資本や  $b_t$  が残っているならば、第1章第4節1.1で示されたように、引き続き新規投資は実質金利が非常に低くてもそれに反応せず、したがって、追加的投資が行われることが殆どないままであり続けるであろう。結果として、経済が事後定常状態に近づくにつれ、或いは、 $b_t$  の殆どが政府支出によって埋め合わされることで、失業率の方は低下していくものの、実質金利の方は依然として歴史的に見て低い率のままで漂流し続けることになるであろう。

なお、第1章第4節1.3で示されたように、また Harashima (2017) でも示されているように、政府が巨額の国債を発行してそれを財源に政府支出を大幅に増加させるとすると、経済が事後定常状態に到達する時期が大幅に先延ばしされる。したがって、この場合には、実質金利は歴史的に見て低い率のまま長期に亘って漂流し続けることになるであろう。

## 第2章 漂流する物価変動率

### 第1節 基調物価の運動法則

「はじめに」で記したように、本論文では、原嶋 (2013, 2016, 2018b) 及び Harashima (2004b, 2008b, 2016b) で提示された基調物価の運動法則 (The law of motion for trend inflation) と物価モデルを用いる。本節では、この法則とモデルがどのようなものであるか、その内容を簡単に説明する。国債の名目利回り ( $i_t$ ) が

$$i_t = \int_{t-1}^t \int_s^{s+1} \pi_v dv ds + r$$

であり、さらに、定常状態では  $r = \theta_p$  であることから、政府と家計の同時最適化行動によって、 $\dot{g}_t = 0$ ,  $\dot{x}_t = 0$ ,  $\dot{c}_t = 0$ ,  $\dot{k}_t = 0$  となる定常状態において、

$$\int_{t-1}^t \int_s^{s+1} \pi_v dv ds = \pi_t + \theta_G - \theta_p \quad (4)$$

が成り立つ。ここで、 $\theta_G$  と  $\theta_p$  はそれぞれ政府と代表的家計の時間選好率、 $r$  は定常状態における実質金利、さらに、 $\pi_t$ ,  $g_t$ ,  $x_t$  はそれぞれ時間  $t$  における物価上昇率、一人当たり実質政府支出、一人当たり実質政府税収入である。なお、政府の時間選好率が形成される機序は Harashima (2015b) で示されている。この物価の運動法則 (すなわち、(4) 式) から、もし定常状態で  $\theta_G = \theta_p$  であるならば、物価上昇 (下落) 率は加速も減速もしないことが分かる。なお、もし  $r \neq \theta_p$  であるものの  $r = \bar{r}$  (ここで  $\bar{r}$  は定数) ならば、物価の運動法則は

$$\int_{t-1}^t \int_s^{s+1} \pi_v dv ds = \pi_t + \theta_G - \bar{r} \quad (5)$$

のように修正される。もし定常状態で  $\theta_G = \bar{r}$  であるならば、物価上昇 (下落) 率は加速も減速もしない。

$\theta_G$  と  $\theta_p$  の値が与えられた時、 $0 \leq t$  において (4) 式を満たす物価上昇率の経路を、一般に

$$\pi_t = \pi_0 + 6(\theta_G - \theta_p) \exp[z_t \ln(t)]$$

と表すことが出来る。ここで、 $z_t$  は時間に依存する変数である。もし  $0 \leq t$  において  $\pi_t$  が (4) 式を満たし、かつ、 $-1 < t \leq 1$  に対して  $-\infty < \pi_t < \infty$  であるならば、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_t = 2$$

である。

なお、Harashima (2016b) では、デフレーションの場合においても、中央銀行が十分に独立しているならば家計は  $\theta_G = \theta_p$  (或いは、 $\theta_G = \bar{r}$ ) と期待することが示されている。したがって、中央銀行が名目金利を 0 にまで低下させたとしても、デフレーションは加速も減速もしない。

## 第2節 パレート非効率経路ナッシュ均衡における物価変動

基調物価の運動法則に基づく、もし中央銀行が十分に独立しておりそのため家計が  $\theta_G = \theta_P$  (或いは、 $\theta_G = \bar{r}$ ) と期待するならば、物価上昇(下落)率は加速も減速もせず、或る値の近傍で僅かな確率の変動を示すだけのものとなる。このことは、パレート非効率経路ナッシュ均衡の状態にあるかどうかに係わらず成り立つ。ただし、正常な時期においては、(4)及び(5)式のみならず、それに加えて(1)及び(2)式も満たされる必要がある。したがって、正常な時期においては、物価上昇(下落)率が確率的に変動する範囲は、(2)式が満たされる値の近傍のみということになる。つまり、物価上昇率目標或いは「0-限界生産力」の近傍のみということになる。一方、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、正常な時期と同じく(1)式は満たされることになるが、第1章第4節で示されたように必ずしも(2)式が満たされる必要はない。したがって、物価上昇(下落)率の変動が許される範囲は物価上昇率目標或いは「0-限界生産力」の近傍のみという制約を受けることはない。

ここで、中央銀行は十分に独立しており、よって家計は  $\theta_G = \theta_P$  (或いは、 $\theta_G = \bar{r}$ ) と期待していると仮定する。さらに、中央銀行はゼロ金利制約による制約を受けて国債の名目利回りを 0 (すなわち、 $i=0$ ) のまま維持しているものとする。したがって、(1)式より、

$$r_t = -\pi_t \quad (6)$$

である。正常な状態の場合、(6)式が満たされるならば、(2)式より、如何なる  $t$  に対しても

$$\frac{\partial y_t}{\partial k_t} = -\pi_t \quad (7)$$

が成り立つ。したがって、物価下落率は限界生産力と等しくなる(つまり、物価上昇率は「0-限界生産力」と等しくなる)。なお、表面的に見ると、(7)式はフリードマン・ルール (the Friedman rule) が求めるものと同じである。しかし、パレート非効率経路ナッシュ均衡の場合には、話は全く異なってくる。パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、たとえ(6)式が満たされたとしても(2)式が満たされない。したがって、(7)式は必ずしも成立しない。つまり、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、物価上昇率と限界生産力との連結は存在しない。

さて、ここで、そもそも何故中央銀行は  $i=0$  とするのか考えてみよう。その理由としては、不況から抜け出すことである場合が多いであろう。特に、パレート非効率経路ナッシュ均衡に陥ってしまった時には、そこから抜け出すために  $i=0$  とする場合が多いであろう。しかし、家計からしてみると、パレート非効率経路ナッシュ均衡の選択は、家計自身によって戦略的、合理的に考えられた末行われたものである。しかも、そこでは実質金利と限界生産力との連結は切断されており、家計や企業が必ずしも実質金利に影響されるとは限らない。したがって、家計は、たとえ名目金利が 0 であることを十分に知っていたとしても、中央銀行が意図するようにはパレート非効率経路ナッシュ均衡から離脱する行動を示すことはないであろう。このことは、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、経済を回復させる手段として金融政策は必ずしも有効ではないことを示している。

## 第3節 漂流する物価上昇(下落)率

パレート非効率経路ナッシュ均衡において  $i=0$  が維持される場合には、第2章第2節で示されたように、物価上昇率は必ずしも「0-限界生産力」と等しくならない。さらに、第1章第4節で示されたように、実質金利が限界生産力と等しくなることも必ずしもない。したがって、物価上昇(下落)率と実質金利のいずれもが言わば錨を失くした状態に陥ることになり、その結果いずれもが漂流してしまうことになる。なお、たとえパレート非効率経路ナッシュ均衡でかつ  $i=0$  である場合であっても(6)式は成り立つことから、物価上昇(下落)率と実質金利は連結された状態が保たれる。したがって、両者は一緒に連れ立って漂流することになる。

第1章第4節3及び Harashima (2017) で示されたように、経済が事後定常状態に近づくにつれ、或いは、 $b_t$  の殆どが政府支出によって埋め合わされることで、失業率は低下する。しかし、過剰資本と  $b_t$  が存在し続ける限り、実質金利は漂流し続け、物価上昇(下落)率も実質金利と連れ立って漂流し続ける。さらに、第1章第4節1.3で示されたように、政

府が介入を続けるならば、経済が事後定常状態に辿り着くまでには長い時間を要することになる。この場合、深刻な不況がかなり安定化した後において、低い失業率、低い物価上昇率、低い実質金利が長期に亘って共存し続けることになる。このような状況は、大恐慌がほぼ終息した後の1950年代のアメリカ経済において観察された状況と非常に類似していると言える。

### 第3章 漂流する率の変動可能範囲

パレート非効率経路ナッシュ均衡において物価上昇（下落）率と実質金利は相伴って漂流するが、その漂流に全く何の制約も存在しないと言う訳でもない。漂流出来る上限と下限の率が存在する。

#### 第1節 実質金利（物価変動率）の上（下）限

もし物価下落率（すなわち、 $-\pi_t$ ）が限界生産力を上回るようになったとすると、銀行の名目貸出金利が 0 であったとしても、実質貸出金利は限界生産力を上回るようになってしまう。このような物価下落状態が続くならば、多くの企業は返済不能になり倒産してしまう。そしてその結果、経済は崩壊してしまうかもしれない。しかし、家計はこうした結末を十分に分かっているはずである。分かった上で、定常状態と整合的になるよう行動するはずである。そうであるならば、経済が崩壊してしまうような限界生産力を超える物価下落率という期待を家計が形成する可能性は非常に低いであろう。

さらに、もし物価下落率が限界生産力を上回る状態が長期に亘って継続することで経済が崩壊するという期待を家計が敢えて形成するという状況が生じたならば、その時には政府は黙っていないであろう。例えば、政府は直ちに中央銀行の独立性を取り上げるかもしれない。さらに、その上で、非常に近視眼的な行動をするようになるかもしれない。その結果、家計が期待する  $\theta_G$  の値は急上昇し、(4) 式或いは (5) 式に基づいて、物価下落は物価上昇へと転化し、さらには、超（ハイパー）インフレーションが生じることになるであろう。家計はこうした逆の意味での経済の崩壊が生じる可能性をも十分に理解しているであろうから、この点からみても、限界生産力を超える物価下落を家計が期待することはないものと考えられる。

以上の考察から、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、物価下落率には上限が存在する可能性が高いことが分かる。そして、その上限は限界生産力の値である。別の表現をすれば、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては物価上昇率に下限が存在し、それは「0-限界生産力」が示す値である。さらに、それに伴って、パレート非効率経路ナッシュ均衡における  $i=0$  の場合の実質金利の上限は、(6) 式より、限界生産力の値と言うことになる。ただし、パレート非効率経路ナッシュ均衡に陥った当初には人々はかなり混乱するであろうから、物価下落率が限界生産力の値を超えることが一時的には生じるかもしれない。

#### 第2節 実質金利（物価変動率）の下（上）限

中央銀行が十分な独立性を有しているならば、中央銀行が設定した物価上昇率目標 ( $\pi^*$ ) を上回る物価上昇率を家計が期待することは無いはずである。何故なら、もし家計の期待が  $\pi^*$  を上回るものとなったならば、十分に独立性を有している中央銀行であれば、物価上昇率が  $\pi^*$  をと等しくなるように必ず直ちに名目金利を引き上げることを家計は十分に分かっているからである。名目金利引き下げの場合にはゼロ金利制約が存在するが、引き上げの時にはそのような制約は無いことから、中央銀行は名目金利を引き上げたいだけ引き上げることが出来る。原嶋 (2018b) 及び Harashima (2007b, 2008b) で示されているように、名目金利が中央銀行によって意図的に引き上げられると、政府は  $\pi^*$  と整合的になるようにその行動を改めざるを得なくなる。その結果、物価上昇率は  $\pi^*$  へと収束していくことになる。したがって、パレート非効率経路ナッシュ均衡における物価上昇率は、物価上昇率目標 ( $\pi^*$ ) を上限として持つことになる。さらに、それに伴って、パレート非効率経路ナッシュ均衡における  $i=0$  の場合の実質金利の下限は、(6) 式より、「0-物価上昇率目標 ( $\pi^*$ )」と言うことになる。

#### 第3節 変動可能範囲

第3章第1節及び第2節をまとめると、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、実質金利は限界生産力と「0-物価上昇率目標 ( $\pi^*$ )」の間、そして、物価上昇率は物価上昇率目標 ( $\pi^*$ ) と「0-限界生産力」の間を漂流することにな

る。ここで、例えば、物価上昇率目標は 2 %、定常状態における限界生産力は 4 %、国債名目金利は 0 % であるとする。この場合、実質金利は -2 % と 4 % の間、そして、物価上昇率は 2 % と -4 % の間を漂流することになる。したがって、パレート非効率経路ナッシュ均衡では、実質金利は平均して約 1 %、物価上昇率は平均して約 -1 % (すなわち、約 1 % の物価下落) となることになる。この例が意味するところは、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、平均すると、実質金利は限界生産力より低くなり、また、物価上昇率は物価上昇率目標より低くなる可能性が高いと言うことである。こうした性質は、近年観察されている低い実質金利や物価上昇率、さらには、Harashima (2016a) における実証研究における推計値と整合的である。

## 結論

近年、多くの先進国で実質金利と物価上昇率のいずれもが非常に低い率で推移している。理論的には、実質金利は限界生産力と、そして、物価上昇率は中央銀行が設定した物価上昇率目標と等しくなるはずである。しかし、実際には、実質金利や物価上昇率はそれぞれ限界生産力や物価上昇率目標を下回って推移している。つまり、長期に亘って理論の予測するところとは乖離した水準で漂流している。

本論文では、実質金利と物価上昇率が低位で漂流する機序を、原嶋 (2018a) 及び Harashima (2004a, 2009, 2016a, 2016c, 2017) で示されたパレート非効率経路ナッシュ均衡の概念、及び、原嶋 (2013, 2016, 2018b) 及び Harashima (2004b, 2006, 2007a, 2007b, 2008a, 2008b, 2013, 2016b) で示された基調物価の運動法則に基づいて考察した。その結果、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては限界生産力と実質金利の間の連結が切断されてしまう、つまり、実質金利はその錨を失ってしまい漂流してしまうことが示された。さらに、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、物価変動率も実質金利と共に一緒に漂流してしまう。しかし、漂流すると言っても如何なる制約も存在しない訳ではなく、その率には上限と下限が存在する。この制約が存在するために、パレート非効率経路ナッシュ均衡においては、平均すると、実質金利は限界生産力より低くなり、また、物価上昇率は物価上昇率目標より低くなる可能性が高い。さらに、深刻な不況や恐慌がほぼ終息した後の期間に、低い失業率、低い実質金利、低い物価上昇率が長期に亘って共存し続ける可能性がある。そうした現象の例として、大恐慌がほぼ終息した後の1950年代のアメリカ経済を挙げることが出来る。

## 付録

図1における限界生産力 ( $\frac{\partial y_t}{\partial k_t}$ ) は、平均的な技術進歩率を仮定して資本ストックのデータを用いて推計したものである。生産関数としては、ハロッド中立型生産関数  $y_t = A_t^\alpha k_t^{1-\alpha}$  を仮定した。したがって、

$$\frac{\partial y_t}{\partial k_t} = A_t^\alpha (1-\alpha) k_t^{-\alpha} \quad (\text{A1})$$

である。ここで、 $A_t$  は期間  $t$  における技術、 $\alpha$  は定数で労働分配率を示している。(A1) 式に基づき、 $A_t$  と  $\alpha$  の値を仮定した上で  $k_t$  のデータを用いて  $\frac{\partial y_t}{\partial k_t}$  (限界生産力) の時系列の値を推計した。

$k_t$  のデータとしては、アメリカ政府が公表している *National Economic Accounts* における *The chain-type quantity index for private nonresidential fixed assets* のデータを用いた。 $\alpha$  の値は、労働分配率の値として一般に妥当だと思われる 0.7 と置いた。 $A_t^\alpha$  は、一定の年率 1.25% で成長するものと仮定した。つまり、技術は一定の率で進歩し続けると仮定した。年率 1.25% という成長率は、一人当たり GDP の平均年率成長率が 1.8% であることからの逆算である。もし、持続可能な非均質性が満たされているならば、均斉成長経路上において、 $A_t$  の成長率は  $y_t$  の成長率と同一になる。したがって、 $y_t$  の成長率が 1.8% であるならば、 $A_t^\alpha$  の成長率は、 $(1.018^{0.7} - 1) \times 100 = 1.25\%$  となる。なお、問題としている点が限界生産力の変動であってその絶対的な水準ではないことから、2000年における限界生産力の値を恣意的に約 4% と置いた。

## 参考文献

- 原嶋 耐治 (2013) 「正の名目金利と整合的な最適貨幣量」『金沢星稷大学論集』第46巻第2号 (通巻121号) 27~36頁
- 原嶋 耐治 (2016) 「インフレ環境下における財政の持続可能性」『金沢星稷大学論集』第49巻第2号 (通巻127号) 107~115頁
- 原嶋 耐治 (2018a) 「パレート非効率な移行経路を選択する戦略からなるナッシュ均衡としての恐慌」『金沢星稷大学論集』第51巻第2号 (通巻131号) 71~101頁
- 原嶋 耐治 (2018b) 「ミクロ的基礎に立つインフレーションの統一的説明—超インフレーション, デイスインフレーション, デフレーション等—」『金沢星稷大学論集』第52巻第1号 (通巻132号) 27~36頁
- 原嶋 耐治 (2019) 「家計は実際に合理的期待を形成して行動しているのか—一定常状態への「見えざる手」—」『金沢星稷大学論集』第52巻第2号 (通巻133号) 49~70頁
- Anderson D., D. Botman and B. Hunt (2014) “Is Japan's Population Aging Deflationary?” *IMF Working Paper*, No. 14/139.
- Arias, Jonas E., Christopher Erceg and Mathias Trabandt (2016) “The Macroeconomic Risks of Undesirably Low Inflation,” *European Economic Review*, Vol. 88, Issue C, pp. 88-107.
- Bean, Charles, Christian Broda, Takatoshi Ito, Randall Kroszner (2015) *Low for Long? Causes and Consequences of Persistently Low Interest Rates*, Geneva Report on the World Economy 17, Centre for Economic Policy Research, Geneva, and CEPR Press, London.
- Ciccarelli, Matteo and Chiara Osbat (2017) Low Inflation in the Euro Area : Causes and Consequences, *ECB Occasional Paper Series*, No. 181.
- Coibion, Olivier and Yuriy Gorodnichenko (2015) “Is the Phillips Curve Alive and Well after All? Inflation Expectations and the Missing Disinflation,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, Vol. 7, No. 1, pp. 197-232.
- Conti, Antonio M., Stefano Neri, and Andrea Nobili (2015) “Why Is Inflation so Low in the Euro Area?” *Economic working papers*, Bank of Italy, No. 1019.
- Council of Economic Advisers, the Executive Office of the President of the United States (2015) *Long-term Interest Rates: a Survey*.
- Del Negro, Marco, Marc Giannoni, and Frank Schorfheide (2015) “Inflation in the Great Recession and New Keynesian Models,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, Vol. 7, No. 1, pp. 168-196.
- Deroose, M. and A. Stevens (2017) “Low Inflation in the Euro Area: Causes and Consequences,” *Economic Review*, National Bank of Belgium, Issue i, pp. 111-125.
- Galí, Jordi and Mark L. Gertler (1999) “Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis,” *Journal of Monetary Economics*, Vol. 44, No. 2, pp. 195-222.
- Hall, Robert E. (2016) “The Role of the Growth of Risk-Averse Wealth in the Decline of the Safe Real Interest Rate,” *NBER Working Papers*, No. 22196.
- Harashima, Taiji (2004a) “A Possibility of Protracted Output Gaps in an Economy without Any Rigidity,” *EconWPA Working Papers*, ewp-mic/ 0404007.
- Harashima, Taiji (2004b) “The Ultimate Source of Inflation: A Microfoundation of the Fiscal Theory of the Price Level,” *EconWPA Working Papers*, ewp-mac/ 0409018.
- Harashima, Taiji (2006) “The Sustainability of Budget Deficits in an Inflationary Economy,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 1088.
- Harashima, Taiji (2007a) “The Optimal Quantity of Money Consistent with Positive Nominal Interest Rates,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 1504.
- Harashima, Taiji (2007b) “Hyperinflation, Disinflation, Deflation, etc. : A Unified and Micro-founded Explanation for Inflation,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 3836.
- Harashima, Taiji (2008a) “The Cause of the Great Inflation: Interactions between the Government and the Monetary Policymakers,” *The Journal of World Economic Review*, Vol. 3, No. 1, pp. 69-89.
- Harashima, Taiji (2008b) “A Microfounded Mechanism of Observed Substantial Inflation Persistence,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 10668.
- Harashima, Taiji (2009) “Depression as a Nash Equilibrium Consisting of Strategies of Choosing a Pareto Inefficient Transition Path,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 18987.
- Harashima, Taiji (2013) “The Phillips Curve and a Micro-foundation of Trend Inflation,” (2013) *Theoretical and Practical Research in Economic Fields*, Vol. 4, No. 2, pp. 153-182.
- Harashima, Taiji (2014a) “The Representative Household Assumption Requires Sustainable Heterogeneity in Dynamic Models,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 57520.
- Harashima, Taiji (2014b) “Time Preference Shocks,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 60205.
- Harashima, Taiji (2015b) “The Rate of Time Preference of Government,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 65387.

- Harashima, Taiji (2016a) "The Cause of the Great Recession: What Caused the Downward Shift of the GDP Trend in the United States?" *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper*, No. 69215.
- Harashima, Taiji (2016b) "A Theory of Deflation: Can Expectations Be Influenced by a Central Bank?" *Theoretical and Practical Research in Economic Fields*, Vol. 7, No. 2.
- Harashima, Taiji (2016c) "Escaping a Liquidity Trap: Keynes' Prescription Is Right But His Reasoning Is Wrong," *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 69217.
- Harashima, Taiji (2017) "Should a Government Fiscally Intervene in a Recession and, If So, How?" *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 78053.
- Harashima, Taiji (2018) "Do Households Actually Generate Rational Expectations? "Invisible Hand" for Steady State," *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper* No. 88822.
- International Monetary Fund (2014) "Chapter 3: Perspectives on Global Real Interest Rates," *World Economic Outlook*.
- Kiley, Michael T. (2015) "Low Inflation in the United States: A Summary of Recent Research," *FEDS Notes*, Board of Governors of the Federal Reserve System, November 23, 2015
- King, Mervyn and David Low (2014) "Measuring the "World" Real Interest Rate," *NBER Working Papers*, No. 19887
- Thwaites, Gregory (2015) "Why Are Real Interest Rates so Low? Secular Stagnation and the Relative Price of Investment Goods," *Bank of England Working Papers*, No. 564.