動学モデル内の代表的家計の仮定における持続可能な非均質性の前提の不可欠性

The Representative Household Assumption Requires Sustainable Heterogeneity in Dynamic Models

原　嶋　耐　治
HARASHIMA Taiji

〈要　旨〉

家計間でその時間選好率が非均一である場合には，動学モデルにおいて全ての家計の平均としての代表的家計を仮定することは出来ない。何故なら，周知のように最終的には最も時間選好率の低い家計が全ての資本を所有するようになってしまうからである。時間選好率が家計間，経済間でいつの時代でも異なっていることは疑いようもない。そうであれば，マクロ経済学で動学モデルに代表的家計を仮定している研究はそもそも行い得ないことになる。本論文では，この問題を解決するために，持続可能な非均質性の概念に基づいて新たな代替的な代表的家計の定義を提示するものである。この定義に基づけば，家計が非均質である経済に対する動学モデルにおいても，代表的家計を仮定すること出来る。

JEL Classification: C60; E10

〈キーワード〉
時間選好率，持続可能な非均質性，代表的家計，動学モデル，マクロ経済学

はじめに

代表的家計の概念は，マクロ経済学においては言わば必需品のような存在であり，それは極当たり前のように広く用いられてきた。しかし，その理論的根拠は実は薄弱である。代表的家計の概念は，全ての家計が同一である，或いは，全ての家計の平均となる行動を常に行う或る特定の家計が存在するという仮定の上に成り立っている（以後，このような家計を「平均的家計」と呼ぶ)。しかし，全ての家計が同一であるという仮定は，余りにも厳しい限定的過ぎる仮定である。したがって，一般的には，明示的に或いは暗黙裡に，全ての家計の平均となる行動を常に行う或る特定の家計が存在すると仮定される。しかし，このような意味での平均的な家計は非常に厳しい条件の下でしか存在し得ない。Antonelli (1886) が示したように，平均的な家計が存在するためには，全ての家計が相似拡大性（Homothetic）を満たす斉次な効用関数を有していることが必要である。しかし，この型の効用関数は，非常に限定的で非現実的な効用関数であることから，通常マクロ経済学の研究では用いられない。一方で，より一般的な効用関数を仮定すると，今度は平均的家計としての代表的家計は家計の持つ効用関数とは整合的ではなくなってしまう。

しかし，それにも関わらず，これまで広く当たり前のように代表的家計の仮定は用いられてきた。これは，恐らく，近似としてなら平均的家計を以って代表的家計しても良いのではないかと考えられてきたからであろう。特に，静学モデルの場合には，確かに代表的家計の近似として平均的な家計を想定しても問題は生じないかもしれない。しかし，動学モデルの場合には，それ程単純にはいかない。何故なら，もし時間選好率が非均一であるならば，そのままでは全ての非均質な家計がその全ての最適性条件を満たすような定常状態が存在しないからである（Becker, 1980)。つまり，最終的には最も時間選好率の低い家計が全ての資本を所有するようになってしまう。こうなってしまっては，平均的な家計と言っても意味をなさないであろう。さて，時間選好率は家計間，経済間で何時の時代でも疑いようもなく異なっている。したが

って，もし動学モデルにおいて代表的家計を平均的な家計で近似出来ると安易に仮定するならば，そのモデルに基づく研究は誤った結論しか導き出さない可能性が高いと言わざるを得ない。

本論文では，動学モデルにおいても用い得る新たな代替的な代表的家計の定義を提示する。この定義は，原嶋（2017, 2020）及び Harashima（2010, 2012）で示された持続可能な非均質性の概念に基づいている。もし持続可能な非均質性が実現されるならば，全ての非均質な家計の全ての最適性条件が満たされる。さらに，それが実現された状態においては，恰も全ての家計は集合体として一つの超家計であるかのように振る舞う。この超家計は Becker（1980）が予見したような状態に陥ることは決してない。その上，この超家計の行動は時間的に整合的である。したがって，この超家計を以って代表的家計と見なすことは十分に可能である。もしこの超家計をもって代表的家計と定義するならば，動学モデルにおいても代表的家計の仮定を置くことが可能となる。

第1章　動学モデルにおける代表的家計の仮定の不可能性

第1節　静学モデルにおける代表的家計

静学モデルは通常比較静学のために用いられる。この場合，もし如何なる静的な状態においても平均的な家計が或る特定の一つの家計によって代表されるなら，代表的家計をこの意味での平均的家計の近似であると仮定しても問題はないであろう。さらに，仮令この特定の一つの家計が或る時には厳密には平均的な家計とならないとしても，もしその家計と非常に似た選好等の性質を持つ幾つかの家計の中のどれか一つの家計を以ってその都度それを平均的家計と見なすのであれば，代表的家計の近似としてこの意味における平均的な家計を仮定しても問題ないかもしれない。

ここで単純化のために，全ての家計が或る特定の選好以外は同一である場合を考えてみよう。選好が異なるので，家計の消費は異なってくる。しかし，それぞれの家計の消費水準は全くバラバラな形で分布するのではなく，当該選好の分布に対応した形で分布することになるであろう。したがって，平均から非常に離れた選好を持つ家計の消費水準は，平均的な消費水準から非常に離れたものになるであろう。逆に，平均的な選好に近い選好を持つ家計の消費水準は，平均的な消費水準に近いものになるであろう。さらに，家計間の消費水準の高低の順位は，所与の静的状態を変えても変わることはないであろう。何故なら家計間の選好の強さの順位は変化しないからである。

上記の考察から，如何なる静的な状態においても家計間の選好の強さの順位が変化しないのであれば，如何なる場合でも，非常に似た選好及びその他の性質を持つ或る諸家計の中のどれか一つの家計は平均的な消費に近い消費を示すと考えても良いであろう。そうであれば，或る特定の一つの家計の消費が如何なる静的状態においても常に近似的に平均的な消費を示すと考えることも可能であろう。勿論，その反証となり得る事例を，特に様々な特殊な状況下において示すことは難しくないかもしれないが，通常は上記のように近似出来ると考えて良いのではないかと思われる。こうしたことから，静学モデルにおいては，平均的な家計を以って代表的な家計の近似として仮定することは特に問題はないのではないかと思われる。

第2節　動学モデルにおける代表的家計

しかし，動学モデルにおいては，そのような単純な話では済まない。特に時間選好率が家計間で非均一である場合には，静学モデルでは起こり得ない深刻な問題が起きる。この問題の深刻性は，以下のような技術進歩外生の動学モデル（ラムゼイ型成長モデル）に基づく考察を通じて簡単に理解することが出来る。

さて，全ての家計は時間選好率（θ），危険回避度（ε），生産性以外は同一であるとする。さらに，単純化のため，国内には幾つかの「経済」が存在し，各経済は家計と企業それぞれ一つずつから成るとする。各経済内で家計は労働を提供し，その経済内の企業の生産性はそこにおける家計の提供する労働の生産性によって異なってくるものとする。各経済は相互に開放されていて交易している。つまり，この国は数多くの相互に開放された小さな経済から成っている。各家計は，制約条件

$$\dot{k}_t = f\left(k_t\right) - c_t$$

の下で，期待効用

$$E\int_0^\infty u(c_t)\exp(-\theta t)dt$$

を最大化するように行動する。ここで，$u(\bullet)$ は効用関数，$f(\bullet)$ は生産関数，E は期待演算子，さらに，$y_t=\frac{Y_t}{L_t}$，$k_t=\frac{K_t}{L_t}$，$c_t=\frac{C_t}{L_t}$ であり，$Y_t(\geq 0)$ は生産量，$K_t(\geq 0)$ は資本投入量，$L_t(\geq 0)$ は労働投入量，$C_t(\geq 0)$ は消費量のそれぞれ t 期における値である。ラムゼイ型経済成長モデルにおける最適な消費の経路は，

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t}=\varepsilon^{-1}\left(\frac{\partial y_t}{\partial k_t}-\theta\right)$$

であり，定常状態においては，

$$\frac{\partial y_t}{\partial k_t}=\theta \tag{1}$$

となる。

さて，(1)式より，危険回避度（ε）が定常状態と無関係であることは明らかである。また，生産性が経済間で非均一であっても，市場での裁定を通じて $\frac{\partial y_t}{\partial k_t}$ の値は全ての経済で均一に保たれるため，経済間で継続的な経常収支不均衡は生じない。したがって，危険回避度と生産性が経済間で相違していたとしても，そのことで定常状態において経済間に相違が生じることはない。つまり，これらの場合には，静学モデルと同様の扱いが動学モデルでも可能である。仮に動学モデルにおいて危険回避度と生産性が非均一であっても，或る特定の家計の消費が常に平均的な消費であると近似的にみなすことが出来る。したがって，この場合，動学モデルにおいても平均的な家計としての代表的家計の仮定は十分に許容出来る。

しかし，(1) 式から明らかなように，時間選好率が家計間で非均一な場合にはそういう訳にはいかない。Becker（1980）が示したように，もし時間選好率が家計間で非均一であれば，最も時間選好率の低い家計が最終的には全ての資本を所有するようになってしまう。つまり，時間選好率が非均一であると，全ての家計が他の家計の最適性条件を十分に考慮して行動しない限り，そのままでは全ての家計が全ての最適性条件を満たすような定常状態は存在しない。この場合，現時点において平均的な消費の家計の時間選好率が，遠い将来においては，その時点で平均的な消費の家計の時間選好率とはかなり異なってしまうことが起き得る。逆に言えば，平均的な時間選好率を有する家計の消費が当初はほぼ平均的な消費となっていたとしても，遠い将来においては，最も時間選好率の低い家計の消費がほぼ平均的な消費ということになってしまう。つまり，現時点で平均的な消費である家計の消費の経路は，遠い将来における平均的な消費の家計の消費の経路とは全く異なるものとなる。したがって，如何なる家計も，全ての時点において近似的に平均的な消費の家計とみなし得るということにはならない。つまり，如何なる家計も常に近似的にではあれ平均的な家計であり続けることは出来ない。このため，仮に動学モデルにおいて平均的な家計を以って代表的な家計を仮定したとしても，そのモデルにおいて時間選好率で割引かれる形で定式化される代表的家計の期待効用はそもそも無意味なものということになる。さらに言えば，そうした研究自体がそもそも無意味であり，誤った結論しか導き得ないものであることになる。

ただし，仮に全ての家計の時間選好率が同一であると仮定すればこの問題は解決する。しかし，この解決策には重大な問題がある。それは，この仮定が単に単純化のために導入される便宜的な性格のものではなく，代表的家計の仮定を可能

とさせるために必要不可欠な中核的な仮定であるからである。したがって，時間選好率の家計間同一性が厳密に成立していること，そして，それが現実に常にどこでも成り立っていることが証明されていなければ，この仮定を置くことは出来ない。しかし，現実には家計間で時間選好率は疑問の余地なく明らかに同一ではない。したがって，家計間の時間選好率の均一性を根拠に動学モデルで代表的家計を仮定することは，到底受け入れ難いということになる。

この結論，すなわち動学モデルにおいては代表的家計の仮定は無意味であり誤った結論を導いてしまうという結論は，非常に重要な意味を持っている。何故なら，これまで非常に多くの動学モデルを用いた研究において代表的家計が仮定されてきたからである。どうすればこの深刻な問題を解決することが出来るであろうか。明らかに，全く別の代替的な代表的な家計の定義を見出すことが必要である。

さらに，内生的経済成長モデルを用いる場合には，問題は一層複雑なものとなる。非均一な危険回避度も同様の問題を生じさせることになるからである。したがって，代表的家計の仮定を平均的な家計として受け入れることははより一層難しくなる。このため，内生的経済成長モデルを用いる場合には，代替的な代表的家計の定義がより一層強く求められることになる。

第2章　持続可能な非均質性

本章では，原嶋（2017, 2019, 2020）及び Harashima（2010, 2012, 2013）に基づいて，持続可能な非均質性が実現されるための条件について簡単に説明する。持続可能な非均質性とは，全ての非均質な家計の全ての最適性条件が持続的に満たされる状態のことを言う。

第1節　モデル

単純化のために，二つの経済（経済 1 及び経済 2）のみが存在するものとする。両経済は時間選好率を除けば同一である。それぞれの経済の中では，それを構成する家計は全て同一である。経済 1 及び 2 の家計の時間選好率はそれぞれ θ_1 及び θ_2 であり，かつ，$\theta_1 < \theta_2$ である。人口増加率は両経済とも零とする。両経済は相互に開放されており，財・サービス，資本は摩擦なく自由に売買，移動出来るが，労働者は両経済間を移動出来ない。両経済が相互に開放されていることから，両経済は交易を通じて一つの統合された経済を形成していると見なすことが出来る。この統合された経済の中の各経済を国際社会における諸国家と見なす解釈（国際解釈），或いは，或る国家の中における幾つかの均質な構成員の諸グループと見なす解釈（国内解釈）の何れの解釈も可能である。通常，国際収支（貿易収支，経常収支等）は国際経済において使われる概念であるが，国際解釈と国内解釈の両方の解釈が可能であることから，本論文では，この概念や用語を国内解釈の場合においても用いることとする。

均斉成長経路では Harrod 中立型技術進歩である必要があることから，経済 $i\ (=1, 2)$ の生産関数を

$$y_{i,t} = A_t^{\alpha} k_{i,t}^{1-\alpha}$$

とする。ここで，$y_{i,t}$ 及び $k_{i,t}$ はそれぞれ期間 t における経済 i の一人当たり生産と資本，A_t は期間 t における技術，$\alpha\ (0 < \alpha < 1)$ は定数である。

両経済は相互に開放されていることから，市場での裁定を通じて各経済の投資収益率は以下の通り一定に保たれる。

$$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}} = \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}} \tag{2}$$

市場での裁定を通じて常に（2）式が保たれることから，$k_{1,t} = k_{2,t}$，$\dot{k}_{1,t} = \dot{k}_{2,t}$，$y_{1,t} = y_{2,t}$，$\dot{y}_{1,t} = \dot{y}_{2,t}$ の各式も常に保たれる。

経済 1 の経常収支は τ_t，したがって，経済 2 の経常収支は $-\tau_t$ である。経常収支の累積額

$$\int_0^t \tau_s ds$$

は，両国間の資本移動を反映している。経常収支が黒字の経済は，もう一方の経済にその額だけ投資していることになる。投資収益率は

$$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\left(=\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\right)$$

で表されることから，

$$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t \tau_s ds \quad 及び \quad \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t \tau_s ds$$

は，一方の経済が他方の経済に有している資産への利払い，あるいは，それからの収益を示している。したがって，経済1の財・サービス収支は，

$$\tau_t - \frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2,t}}\int_0^t \tau_s ds$$

となり，経済2のそれは，

$$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}\int_0^t \tau_s ds - \tau_t$$

となる。経常収支が両経済間の資本移動を反映したものであることから，経常収支は両経済の資本量の関数として，以下のように表すことが出来る。

$$\tau_t = \kappa\left(k_{1,t}, k_{2,t}\right)$$

政府（国際解釈を採る場合は超国家的な機関）は，経済1及び2の間で資金（所得）移転を行う形で両国の経済に介入することが出来る。期間 t における経済1の家計から経済2の家計への移転額を g_t とし，それは以下のように資本に依存するものと仮定する。

$$g_t = \bar{g}_t k_{1,t}$$

$\bar{g}_t$ は家計及び企業にとっては外生変数であり，政府（或いは超国家機関）によって持続可能な非均質性が実現されるよ

うに毎期適切に調整される。$k_{1,t}=k_{2,t}$ 及び $\dot{k}_{1,t}=\dot{k}_{2,t}$ であることから，

$$g_t=\bar{g}_t k_{1,t}=\bar{g}_t k_{2,t}$$

である。

経済 1 の各家計は，その期待効用

$$E\int_0^\infty u_1(c_{1,t})\exp(-\theta_1 t)dt$$

を，制約条件

$$\frac{dk_{1,t}}{dt}=A^\alpha k_{1,t}^{1-\alpha}-c_{1,t}+(1-\alpha)A^\alpha k_{1,t}^{-\alpha}\left(\int_0^t \tau_s\,ds+z_0\right)-\tau_t-\bar{g}_t k_{1,t}$$

の下で最大化するように行動し，経済 2 の各家計は，その期待効用

$$E\int_0^\infty u_2(c_{2,t})\exp(-\theta_2 t)dt$$

を，制約条件

$$\frac{dk_{2,t}}{dt}=A^\alpha k_{2,t}^{1-\alpha}-c_{2,t}-(1-\alpha)A^\alpha k_{2,t}^{-\alpha}\left(\int_0^t \tau_s\,ds+z_0\right)+\tau_t+\bar{g}_t k_{2,t}$$

の下で最大化するように行動する。ここで，$c_{i,t}$ は期間 t における経済 i の一人当たり消費，u_i は経済 i の効用関数，E は期待演算子である。

第2節　持続可能な非均質性

まず，政府が介入しない場合（すなわち，$\bar{g}=0$）を考察する。この場合，経済 1 の消費の増加率は，

$$\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon^{-1}\left\{(1-\alpha)A^\alpha k_{1,t}^{-\alpha}+(1-\alpha)A^\alpha k_{1,t}^{-\alpha}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{1,t}}-\alpha(1-\alpha)A^\alpha k_{1,t}^{-\alpha-1}\int_0^t\tau_s ds-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}-\theta_1\right\}$$

となる。したがって，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\varepsilon^{-1}\lim_{t\to\infty}\left\{(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}+(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{1,t}}-\alpha(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha-1}\int_0^t\tau_s ds-\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{1,t}}-\theta_1\right\}=0$$

さらに，

$$\lim_{t\to\infty}(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\left[1+(1-\alpha)\Psi\right]-\Xi-\theta_1=0$$

となる。ここで，

$$\Xi=\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{2,t}}$$

$$\Psi=\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t\tau_s ds}{k_{2,t}}$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{y}_{1,t}}{y_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{1,t}}{c_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{k}_{1,t}}{k_{1,t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t}=0$$

である。定常状態においては $k_{i,t}$ 及び τ_t は一定となることから，定常状態において Ψ は一定となる。さらに，$\Xi=\lim_{t\to\infty}\frac{\tau_t}{k_{1,t}}$ も一定となる。定常状態において Ψ が一定となるためには $\lim_{t\to\infty}\tau_t=0$ である必要があり，故に $\Xi=0$ である。したがって，

$$\lim_{t\to\infty}(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\left[1+(1-\alpha)\Psi\right]-\theta_1=0 \tag{3}$$

及び

$$\lim_{t\to\infty}(1-\alpha)A^{\alpha}k_{2,t}^{-\alpha}\left[1-(1-\alpha)\Psi\right]-\theta_2=0$$

が成り立つ。何故なら，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{2,t}}{c_{2,t}}=\varepsilon^{-1}\lim_{t\to\infty}\left\{(1-\alpha)A^{\alpha}k_{2,t}^{-\alpha}-(1-\alpha)A^{\alpha}k_{2,t}^{-\alpha}\frac{\partial\int_0^t\tau_s ds}{\partial k_{2,t}}+\alpha(1-\alpha)A^{\alpha}k_{2,t}^{-\alpha-1}\int_0^t\tau_s ds+\frac{\partial\tau_t}{\partial k_{2,t}}-\theta_2\right\}=0$$

であるからである。

さて，

$$\lim_{t\to\infty}(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\left[1+(1-\alpha)\Psi\right]=\theta_1$$

$$\lim_{t\to\infty}(1-\alpha)A^{\alpha}k_{2,t}^{-\alpha}\left[1-(1-\alpha)\Psi\right]=\theta_2$$

$$\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1.t}}=\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2.t}}=A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}=A^{\alpha}k_{2,t}^{-\alpha}$$

であることから，

$$\Psi=\frac{\theta_1-\theta_2}{2(1-\alpha)\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1.t}}} \tag{4}$$

である。(3) 及び (4) 式より，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1.t}}+\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1.t}}(1-\alpha)\Psi=\theta_1 \tag{5}$$

さらに，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1.t}}=\frac{\theta_1+\theta_2}{2}=\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{2,t}}{\partial k_{2.t}} \tag{6}$$

である。

もし (6) 式が満たされるならば，両経済の全ての最適性条件は持続的に満たされる。したがって，この (6) 式が満たされる状態は，持続可能な非均質性が実現されている状態である。なお，多経済モデルにおいても同様なことが言える。これを Harashima (2010, 2012, 2013) の内生的経済成長モデルに基づいて考えると，家計の時間選好率以外は同一である H 個の経済において持続可能な非均質性が成り立つための条件は，如何なる i に対しても，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{i,t}}{\partial k_{i.t}}=\frac{\sum_{q=1}^{H}\theta_q}{H} \tag{7}$$

が成り立つことである。ここで，$i=1,2,\ldots,H$ である。

ここで再び二経済モデルに戻って考えると，(5) 及び (6) 式より，

$$\Psi = \frac{\theta_1 - \theta_2}{2(1-\alpha)\lim_{t\to\infty}\frac{\partial y_{1,t}}{\partial k_{1,t}}} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{(1-\alpha)(\theta_1 + \theta_2)} < 0$$

であることから，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t \tau_s ds}{k_{1,t}} = \Psi < 0$$

より

$$\lim_{t\to\infty}\int_0^t \tau_s ds < 0$$

である。つまり，定常状態では，経済 1 は経済 2 からの債務を負うことになる。そのため，経済 1 は，その債務の元利払いのために，毎期

$$\left|(1-\alpha)A^{\alpha}k_{1,t}^{-\alpha}\int_0^t \tau_s ds\right|$$

だけ財サービスを経済 2 に輸出することが必要になる。しかし，$\lim_{t\to\infty}\tau_t = 0$ 及び $\Xi = 0$ であることから，この債務は発散することなく，定常状態において安定し変動しない。

第3節　政府介入に基づく持続可能な非均質性

原嶋（2017, 2020）及び Harashima（2010, 2012）が示すように，家計が他の家計の最適性条件を考慮しないで行動するならば持続可能な非均質性は実現されず，政府による介入が必要となる。さて，二経済モデルにおいて，政府は経済 1 から経済 2 へ所得移転を行う形で介入するものとする。この時，原嶋（2020）及び Harashima（2012）が示すように，家計が他の家計の最適性条件を考慮しないで行動する場合，もし

$$\lim_{t\to\infty}\bar{g}_t = \frac{\theta_2 - \theta_1}{2}$$

ならば，$i = 1, 2$ に対して，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{c}_{i,t}}{c_{i,t}} = 0 \tag{8}$$

が満たされ，持続可能な非均質性が実現する。多経済モデルにおいても同様のことを示すことが出来る。時間選好率以外は同一である H 個の経済から成る国において，政府が経済 1 から経済 $1+2+\cdots+(H-1)$ へ，

$$\lim_{t \to \infty} \bar{g}_t = \frac{\theta_H - \frac{\sum_{q=1}^{H-1} \theta_q}{H-1}}{H}$$

だけの所得移転を行えば，如何なる $i\,(=1,2,\cdots,H)$ に対しても（8）式が満たされ，持続可能な非均質性が実現する。

第3章　代表的家計の代替的な定義

第1節　定義

第2章で示されたように，持続可能な非均質性が実現されたならば，全ての家計は，政府を通じることで，或いは，他の家計の最適性条件を考慮して行動するという意味において，連結されることになる。さらに，（6）式や（7）式が示すように，全ての家計が恰も合体した一つの超家計であるかのように集合的な形で行動することになる。持続可能な非均質性を満たすこのような超家計は唯一つのみ存在し，その行動は時間的に整合的である。したがって，その行動は常に全ての家計の行動と整合しており，よって，それを以って全ての家計の代表と見なすことが可能である。

持続可能な非均質性の下におけるこうした家計の性質を踏まえると，以下のような代替的な代表的家計の定義が可能である。すなわち，

「代表的家計は，持続可能な非均質性の下における全ての家計による集合的な行動と同一の行動をする家計である」

と定義出来る。

仮令家計が非均質であったとしても，上記のような定義に基づくならば代表的家計を用いることが可能となる。平均的な家計として定義された代表的家計の場合と異なり，この集合的な形での代表的家計は，動学モデルにおいても全ての非均質な家計がその全ての最適性条件を満たす定常状態に達し得る。

第2節　持続可能な非均質性の普遍性

注意すべき点は，この代替的な代表的家計の定義が動学モデルで適応可能となるのは，持続可能な非均質性が実現している場合のみという点である。この条件は必ずしも常に自然と満たされるとは限らない。持続可能な非均質性が実現するのは，各家計が他の家計の最適性条件を十分に考慮して行動するか，政府が適切に介入するか，その何れかの場合のみである。代表的家計の仮定をし得るのは，その研究分析対象となる経済において持続可能な非均質性が一般に実現されていると考えられる場合に限られる。

こうした条件，すなわち，持続可能な非均質性が実現されている場合のみという条件があるにも関わらず，これまで多くのマクロ動学モデルにおいて，この点を考慮することなく代表的家計の仮定が無批判に広く用いられてきた。しかも，こうしたモデルに基づく研究が，無批判に代表的家計を仮定していることを以って批判されることもなかった。さらに，時間選好率が家計間で非均一であることは疑いようがないにも係わらず，多くの国で Becker（1980）が予見したような悲惨な状況に陥ることはなかった。こうした点を考慮すると，逆に言えば，持続可能な非均質性は，恐らく政府の介入によって，多くの国で何時の時代でも広く実現されてきたのではないかと考えられる。つまり，条件は一般に満たされてきたのではないだろうか。

なお，動学モデルにおける代表的家計は，持続可能な非均質性の下における非均質な全て家計の集合的行動によって代表されるというその性質からして，この代表的家計の時間選好率の値を各家計が生来的に元々知っているということにはならない。各家計は自己の時間選好率であれば生来的に知っているかもしれないが，全ての家計の集合的な時間選好率の値はそもそも知る由もない。したがって，各家計はその期待値をそれぞれに導き出さなければならない。このことは，動学モデルにおいては，各家計が代表的家計の時間選好率を事前に知っていると仮定することは出来ないことを意味する。つまり，各家計はその値を他の家計や政府の行動から推測しなければならないことを前提とする必要があることになる。

結論

動学モデルにおいては，代表的家計を平均的な家計の近似として定義することは出来ない。何故なら，家計間で時間選好率は異なっており，そのままでは全ての家計が全ての最適性条件を満たす定常状態に至ることは出来ないからである。したがって，もしマクロ動学モデルにおいて平均的な家計を以って代表的家計と仮定するならば，それは誤った結論を導くものと考えざるを得ない。

本論文では，持続可能な非均質性の概念に基づいて，動学モデルにおいて使用可能な新たな代替的な代表的家計の定義を提示した。もし持続可能な非均質性が達成されているならば，全ての非均質な家計は，恰もそれらが統合された一つの超家計のように集合的に行動する。この超家計の行動は時間整合的である。したがって，この超家計を以って全ての非均質な家計を常に整合的な形で代表している家計と見なすことが可能である。このように，もし持続可能な非均質性が実現されているという条件の下でこのような超家計を以って代表的な家計と定義するならば，マクロ動学モデルにおいても代表的家計を仮定することは可能である。

参考文献

原嶋　耐治（2017）「持続可能な非均質性―均質ではない構成員からなる経済における不平等，経済成長及び社会的厚生―」『金沢星稜大学論集』第51巻第1号（通巻130号）　31～80頁

原嶋　耐治（2019）「漸近的に規模効果が消失する内生的経済成長モデル」『金沢星稜大学論集』第52巻第２号（通巻133号）　71～86頁

原嶋　耐治（2020）「殆ど全ての社会的厚生関数に対して唯一の社会的に最適な配分をもたらすものとしての持続可能な非均質性」『金沢星稜大学論集』第54巻第1号（通巻136号）71～95頁

Antonelli, Giovanni Battista（1886）*Sulla Teoria Matematica Della Economia Politica*, Pisa, Tipografia del Falchetto.

Becker, Robert A.（1980）“On the Long-run Steady State in a Simple Dynamic Model of Equilibrium with Heterogeneous Households,” *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 95, No. ２, pp. 375–382.

Harashima, Taiji（2010）“Sustainable Heterogeneity：Inequality, Growth, and Social Welfare in a Heterogeneous Population,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper*, No. 24233.

Harashima, Taiji（2012）“Sustainable Heterogeneity as the Unique Socially Optimal Allocation for Almost All Social Welfare Functions,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper*, No. 40938.

Harashima, Taiji（2013）“An Asymptotically Non-Scale Endogenous Growth Model,” *MPRA (The Munich Personal RePEc Archive) Paper*, No. 44393