財政理論におけるフリードマンルールの最適性

Optimality of the Friedman Rule in the Theory of Public Finance

木　村　正　信
Masanobu　Kimura

概　要

この論文の目的は，貨幣需要に関するshopping-timeモデルに預金を明示的に導入することによって，フリードマンルールの最適性を再検討することである。ここでは預金と現金とが区別されているモデルにおいても，ラムゼイの最適課税のフレームワークのもとで，フリードマンルールが成立することが示される。

1　はじめに

近年，ラムゼイの最適課税のフレームワークをもちいてフリードマンルールを再検討しようという試みが活発になされている。ここで，フリードマンルールとは，無リスク債券の名目市場収益率がゼロとなるように貨幣供給量を管理すべきであるという金融政策の一定のルールを指す。

Friedman（1969）は貨幣の社会的生産コストは基本的にゼロと考えられるので，政府は国民の貨幣保有コストがゼロとなるように貨幣を供給すべきであると主張した。ところで貨幣の保有コストは貨幣の代わりに無リスクの債券を保有した場合に得られたであろう収益率によって測ることができる。したがって無リスク債券の市場収益率がゼロとなるように貨幣供給量を管理すれば，貨幣を保有することによる機会費用を払わなくてもよいのである。この場合，消費者の貨幣の保有コストが貨幣の生産のコスト，つまりゼロに等しくなる。

しかしながら，フリードマンルールの最適性は，標準的なラムゼイ課税原理を適用したPhelps（1973）によって批判される。ラムゼイ課税原理によると，政府が必要とする収入を得るために，歪んだ税しか用いることができないとき，ある税収一単位によって引き起こされる限界的死重損失が他の税収からの限界的死重損失に等しくなるように，その税を選ばなければならないということであった。この原理をインフレ税について適用すると，インフレによって生じた限界的死重損失が他の税からの限界的死重損失に等しくなるように，インフレ税を選ばなければならない。Phelpsはラムゼイ課税原理の含意から，最適なインフレ税政策は正の名目利子率という結果になると主張したのである。

しかし，一般均衡貨幣理論を用いた最近の展開では，フリードマンルールと整合的なラムゼイ課税ルールが導かれている。例えば，Kimbrough（1986）はshopping-timeモデルを用いて，取引技術関数が一次同次関数であればフリードマンルールが成立することを示している。また，Chari,Christiano and Kehoe（1996）は現金制約モデルや貨幣―効用モデルを用いて，フリードマンルールの最適性を証明している。Correia and Teles（1996）は，Kimbroughのshopping-timeモデルを一般化し，取引技術関数が同次関数であればフリードマンルールが成立することを示している。

しかし，これら先行研究においては，いずれも貨幣と無リスク債券のみを資産として扱い，貨幣の定義における現金と利付きの預金とを明示的に区別していない。したがって，この論文では，KimbroughやCorreia and Telesのshopping-timeモデルに利付きの預金を導入することによって，フリードマンルールの最適性を再検討する。

2　shopping-time モデル

貨幣を効用関数に導入したり，現金制約を課すことによって，人々に貨幣を需要する動機付けを与えることができる。[1] しかし，貨幣の役割として，貨幣自身が最終財の取引を円滑にする（取引時間を節約する）サービスを提供している点を重視するならば，貨幣というものを，最終財の生産に利用される中間財の一つであると見なすことが自然である。

貨幣を最終財と見るモデルとは対照的に，Kimbrough（1986）は中間財としての貨幣の役割をまず第一に強調している。Kimbroughの発見は，取引技術関数が1次同次であれば，フリードマンルールが成立するということである。しかし，経済の取引技術の性質を1次同次と仮定してよい明確な理由が存在するわけではない。最近のCorreia and Teles（1996）の貢献はこの部分を改善したものである。彼らによれば，取引時間が消費と実質貨幣残高の同次関数であれば，shopping-timeモデルにおいてフリードマンルールが成立することを示している。

しかし，先に述べたように彼らの研究においては貨幣の名目収益率をゼロと仮定することによって，現金と利付きの預金とを区別していない。ここでは，二種類の貨幣，現金通貨及び預金通貨の存在を仮定することによって，Correia and Telesのモデルを拡張する。

消費者は通時的効用

$$\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t,h_t) \tag{1}$$

を最大化する。ここで，uは増加かつ凹関数である。cとhはそれぞれ消費とレジャーを表している。時間賦存を1に基準化し取引に費やされる時間をsとすると，労働時間は$1-h-s$となる。

家計は，貨幣と債券の二種類の資産を蓄積することができるが，ここでは二種類の貨幣，現金通貨及び預金通貨の存在を仮定し，現金通貨と預金通貨をそれぞれMとXによって示す。現金の名目収益率はゼロであるが，預金の名目収益率はi^Dに等しいと仮定する。貨幣以外の資産を債券と呼ぶことにして，その債券（以下ではBで表す）の収益率をi^Bで表す。

家計は予算制約

$$\begin{aligned} p_tc_t+M_t+X_t+B_t= \quad & M_{t-1}+\left(1+i_{t-1}^D\right)X_{t-1} \\ & +\left(1+i_{t-1}^B\right)B_{t-1}+p_t\left(1-\tau_t\right)\left(1-h_t-s_t\right) \end{aligned} \tag{2}$$

に直面する。ここで，p_tは消費財価格，τは所得税率である。

利子を生むという点では，債券は明らかに貨幣（預金と現金）より選好されるであろう。しかし，債券を使って日常的に財を購入することはできないので，取引に用いるとき債券を換金する必要が出てくる。債券の換金は時間を要するものであるので，債券は取引時間を節約するという点では貨幣よりも不利である。[2] したがって，取引技術関数を

$$s_t=S(c_t,m_t,x_t) \tag{3}$$

と表現すると，取引に費やされる時間（s）は消費量（c）が多いほど，また実質貨幣保有（m，x）が少ないほど長くなると考えられるので，sはcの増加関数，m（$=M/p$），x（$=X/p$）の減少関数である。また，関数Sはk次同次関数であると仮定する。ゆえに，S（c，m，x）$=s$（m/c，x/c）c^k。[3]

家計の目的は予算制約式(2)と取引技術関数(3)のもとで効用(1)を最大化することであるので，この問題のラグランジュ関数は

$$\begin{aligned} L=\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t,h_t)+\sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t\Big[&M_{t-1}+\left(1+i_{t-1}^D\right)X_{t-1}+\left(1+i_{t-1}^B\right)B_{t-1} \\ &+p_t\left(1-\tau_t\right)\left(1-h_t-s_t\right)-p_tc_t-M_t-X_t-B_t\Big] \end{aligned} \tag{4}$$

となる。[4]

最大化のための1階条件は

$$\beta^t u_c(t)=\lambda_t p_t\left[1-\left(1-\tau_t\right)S_c(t)\right] \tag{5}$$

$$\beta^t u_h(t)=\lambda_t p_t\left(1-\tau_t\right) \tag{6}$$

$$\lambda_t+\lambda_t\left(1-\tau_t\right)S_m(t)=\lambda_{t+1} \tag{7}$$

$$\lambda_t=\lambda_{t+1}\left(1+i_t^B\right) \tag{8}$$

$$\lambda_t+\lambda_t p_t\left(1-\tau_t\right)S_x(t)=\lambda_{t+1}\left(1+i_t^D\right) \tag{9}$$

(7)と(8)より

$$-S_m(t)=\frac{1}{1-\tau_t}\cdot\frac{i_t^B}{1+i_t^B} \tag{10}$$

また，(8)と(9)より

$$-S_x(t)=\frac{1}{p_t\left(1-\tau_t\right)}\cdot\frac{i_t^B-i_t^D}{1+i_t^B} \tag{11}$$

(10)から，民間主体は貨幣を利用する私的価値，$-S_m$（$1-\tau$）がその機会費用，$i_t^B/\left(1+i_t^B\right)$に等しくなるように実質現金残高を選ぶということがわかる。現金の機会費用は，現金の代わりに債券を保有した場合得られたであろう利子，つまりi^Bであるが，その機会費用を現在の価値に直すとi^B/（$1+i^B$）になるのである。

同様に，(11)は預金を利用する私的価値がその機会費用に等しいことを表している。預金の機会費用は，預金の代わりに債券を保有した場合に得られたであろう利子i^Bであるが，債券を保有した場合預金の利子i^Dを同時に失ってしまうため，その純収益はi^B-i^Dである。それを現在価値に直したものが（i^B-i^D）/（$1+i^B$）である。

ところで，フリードマンルールの実現，つまりi^B/（$1+i^B$）$=0$は(10)より$S_m=0$を意味している。次の節ではラムゼイ問題を考えフリードマンルールの最適性について検討する。

3　ラムゼイ問題

ラムゼイ問題は，民間主体の最適化条件と資源制約のもとで社会厚生が最大となるように税率（ここではインフレ税率）を決定することである。民間主体の最適条件は最適化のための1階条件と予算制約式から構成される。ラムゼイ問題を解きやすくするため，最適化条件を一本の式に集約化する。

予算制約式(2)の両辺にλ_tをかけて合計をとると，

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t\Big[&M_{t-1}+\left(1+i_{t-1}^D\right)X_{t-1}+\left(1+i_{t-1}^B\right)B_{t-1}+ \\ &p_t\left(1-\tau_t\right)\left(1-h_t-s_t\right)-p_tc_t-M_t-X_t-B_t\Big]=0 \end{aligned} \tag{12}$$

(7) より

$$\sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t\left[M_{t-1}-M_t\right]=\lambda_o M_{-1}+\sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t\left(1-\tau_t\right)S_m(t)M_t \tag{13}$$

(8) より

$$\sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t\left[\left(1+i_{t-1}^{B}\right)B_{t-1}-B_t\right]=\lambda_0\left(1+i_{-1}^{B}\right)B_{-1} \tag{14}$$

(9) より

$$\sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t\left[\left(1+i_{t-1}^{D}\right)X_{t-1}-X_t\right]=\lambda_0\left(1+i_{-1}^{D}\right)X_{-1}+\sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t p_t\left(1-\tau_t\right)S_x(t)X_t \tag{15}$$

(12) に (5), (6) と(13) ―(15) を代入すると

$$\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[u_c(t)c_t-u_h(t)\left(1-h_t\right)+u_h(t)(1-k)S(t)\right]=0. \tag{16}$$

が導出される。[5]

ラムゼイ問題の解は効用が最大化される配分と価格および政策変数であり，その最大化された配分は競争均衡として実現され得るのである。配分を競争均衡として実現することを保障する制約が(16) である。この制約のことを implementability 条件と呼び，それは経済主体の最大化問題の 1 階条件から税や価格を数量に置換することによって構成されたものである。

ゆえにラムゼイ問題は，implementability 条件(16) と資源制約

$$c_t+g_t=1-h_t-l_t \tag{17}$$

のもとで，(1) を最大化するように配分 $\{c_t, h_t, m_t, x_t\}_{t=0}^{\infty}$ を選ぶものと定義される。[6] (17) の g は政府支出を表している。

このラムゼイ問題の m についての最適化条件は

$$\left[\beta^t\phi u_h(t)(1-k)-\mu_t\right]S_m(t)=0 \tag{18}$$

ここで，ϕ と μ はそれぞれ資源制約と implementability 条件にかかるラグランジュ乗数である。

S_m (t) ＝ 0 あるいは，$\beta^t\phi u_h$ (t) ($1-k$) $-\mu_t=0$ のとき，(18) が満たされる。したがって，フリードマンルールを示すために $\beta^t\phi u_h$ (t) ($1-k$) $-\mu_t=0$ ではないことを示さなければならない。以下では Correia and Teles (1996) にならって $S_m=0$ を証明する。

ラムゼイ問題の h についての最適化条件は

$$\beta^t u_h(t)+\phi\beta^t\left[u_{ch}(t)+u_h(t)-u_{hh}(t)\left\{1-h_t+(k-1)S(t)\right\}\right]-\mu_t=0 \tag{19}$$

(18) と(19) より μt を消去し，implementability 条件

$$u_c(t)c_t-u_h(t)\left(1-h_t\right)+u_h(t)(1-k)S(t)=0 \tag{18}$$

を用いると，

$$u_h(t)+\phi\left[u_h(t)\frac{u_c(t)}{u_h(t)}c_t+u_h(t)k\right]=0 \tag{20}$$

限界代替率 u_c/u_h は 0 以上であるので，(20) の［］の中身は正の値をとる。したがって(20) は乗数 ϕ が負によって満たされる。それは政府支出の増加が効用を高めることになるので矛盾である。同様に $k<1$ に対しても，ϕ は負となるので，$\beta^t\phi u_h$ (t) (1 − k) − μ_t ＝ 0 はラムゼイ問題の解とはなり得ないのである。したがって S_m ＝ 0 が唯一のラムゼイ問題の解である。

x についての条件も

$$\left[\beta^t\phi u_h(t)(1-k)-\mu_t\right]S_x(t)=0 \tag{21}$$

であるので，同様の証明により S_x (t) ＝ 0 となる。

4　おわりに

これまでの分析から，預金を考慮に入れてモデルを拡張した場合においても，フリードマンルールが成立することを確認することができた。しかし，いくつかの課題は残されている。ここで展開したモデルは生産技術に関して極めて単純な想定を置いている。つまり労働時間と集計的生産量が 1 対 1 の対応を持つと仮定したのである。生産が労働時間に関して収穫逓減的であったり，あるいは生産要素として労働以外にも資本ストックを導入するなど生産技術を一般化した場合，ここで得られた帰結にどのような影響を与えるのか確認しなければならない。

また，shopping-time モデルにおいてフリードマンルールが成立するためには，取引技術関数に対して何らかの特殊な仮定を置かなければならない。Kimbrough (1986) においては 1 次同次の仮定，Correia and Teles (1996) やこの論文においては k 次同次の仮定を置いている。そのため最適なインフレ税を決定するためには，取引技術関数をさらに一般化すると同時に，取引技術関数に関する経験的分析を進めていく必要がある。

注：

(1) 貨幣需要の貨幣一効用関数アプローチについては Sidrauski (1967)，現金制約モデルについては Lucas and Stokey (1987) を参照せよ。

(2) 各種クレジットカードやデビットカードの存在によって，債券の代わりに預金を増やしたとしても取引時間を節約することができるであろう。

(3) $k=0$ であるとき，ボーモル＝トービンによる取引技術関数の形式と同じになる。

⑷　関数u，Sの下つき添字は，それぞれの関数についての偏微分を表している。例えば，u_cは関数uについて偏微分したものである。

⑸　ただし，$B_{-1}=M_{-1}=X_{-1}=0$を仮定している。

⑹　このようなラムゼイ問題の解き方をprimalアプローチと呼ぶことがある。詳しくはLucas and Stokey（1983）等を参照せよ。

参考文献：

[1] Chari, V. V., Lawrence Christiano, and Patric Kehoe. 1996. "Optimality of the Friedman Rule in Economies with Distorting Taxes." *Journal of Monetary Economics* 37, 203-33.

[2] Correia, Isabel, and Pedero Teles. 1996. "Is the Friedman Rule Optimal When Money Is an Intermediate Good?" *Journal of Monetary Economics* 38, 223-44.

[3] Kimbrough, Kent P. 1986. "The Optimum Quantity of Money Rule in the Theory of Public Finance." *Journal of Monetary Economics* 18(3), 277-84.

[4] Lucas, Robert, E., Jr., and Nancy L. Stokey. 1983. "Optimal Fiscal and Monetary Policy in an Economy without Capital." *Journal of Monetary Economics* 12, 55-93.

[5] Lucas, Robert E., Jr., and Nancy L. Stokey. 1987. "Money and Interest in a Cash-in-Advance Economy." *Econometrica* 55, 491-513.

[6] Phelps, Edmund S. 1973. "Inflation in the Theory of Public Finance." *Swedish, Journal of Economics* 75, 67-82.

[7] Sidrauski, Miguel. 1967. "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy." *American Economic Review* 57, 534-44.